

**T.C.  
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI**

# **İTFAİYECİLİK VE YANGIN GÜVENLİĞİ**

**TEMEL İŞLEMLER  
861CMG034**

**Ankara, 2011**

- Bu modül, mesleki ve teknik eğitim okul/kurumlarında uygulanan Çerçeve Öğretim Programlarında yer alan yeterlikleri kazandırmaya yönelik olarak öğrencilere rehberlik etmek amacıyla hazırlanmış bireysel öğrenme materyalidir.
- Millî Eğitim Bakanlığınca ücretsiz olarak verilmiştir.
- **PARA İLE SATILMAZ.**

# İÇİNDEKİLER

AÇIKLAMALAR .....	iii
GİRİŞ .....	1
ÖĞRENME FAALİYETİ-1 .....	3
1. MATEMATİKTE DÖRT İŞLEM.....	3
1.1. Sayılar .....	3
1.1.1. Tanımı.....	3
1.1.2. Çeşitleri.....	3
1.2. Tam Sayılarla Dört İşlem.....	5
1.2.1. Toplama İşlemi.....	5
1.2.2. Çıkarma İşlemi .....	6
1.2.3. Çarpma İşlemi.....	6
1.2.4. Bölme İşlemi.....	6
UYGULAMA FAALİYETİ .....	7
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME .....	9
2. ONDALIK SAYILAR .....	10
2.1. Ondalık Sayılar .....	10
2.1.1. Tanımı.....	10
2.1.2. Özellikleri .....	10
2.2. Ondalık Sayılarla Dört İşlem Yapma.....	12
2.2.1. Toplama İşlemi .....	12
2.2.2. Çıkarma İşlemi .....	13
2.2.3. Çarpma İşlemi.....	13
2.2.4. Bölme İşlemi.....	14
UYGULAMA FAALİYETİ .....	16
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME .....	18
3. KESİRLİ SAYILAR .....	19
3.1. Kesirli Sayılar .....	19
3.1.1. Tanımı.....	19
3.1.2. Özellikleri .....	19
3.2. Kesirli Sayılarla Dört İşlem Yapma.....	22
3.2.1. Toplama İşlemi .....	22
3.2.2. Çıkarma İşlemi .....	23
3.2.3. Çarpma İşlemi.....	23
3.2.4. Bölme İşlemi.....	24
UYGULAMA FAALİYETİ .....	25
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME .....	28
ÖĞRENME FAALİYETİ-4 .....	30
4. ORAN-ORANTI.....	30
4.1. Oran-Orantı .....	30
4.1.1. Tanımı.....	30
4.1.2. Özellikleri .....	31
4.1.3. Kuralları.....	32
4.2. Oran Hesapları .....	35
4.2.1. Tanımı.....	35
4.2.2. Özellikleri .....	35
4.2.3. Kuralları.....	35

4.3. Orantı Hesapları .....	36
4.3.1. Tanımı.....	36
4.3.2. Özellikleri .....	36
4.3.3. Kuralları.....	37
4.4. Yüzde (%) Hesapları.....	37
4.4.1. Tanımı.....	37
4.4.2. Özellikleri .....	38
4.4.3. Kuralları.....	38
UYGULAMA FAALİYETİ .....	40
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME .....	42
ÖĞRENME FAALİYETİ-5 .....	44
5. TRİGONOMETRİ.....	44
5.1. Açılar.....	44
5.1.1. Tanımı.....	44
5.1.2. Çeşitleri.....	45
5.1.3. Özellikleri .....	47
5.2. Trigonometrik Bağlıntılar .....	47
5.2.1. Tanımı.....	47
5.2.2. Çeşitleri.....	48
5.2.3. Özellikleri .....	50
5.2.4. Kullanıldığı Yerler.....	50
5.3. Trigonometrik Hesaplar .....	51
5.3.1. Tanımı.....	51
5.3.2. Metotları .....	51
UYGULAMA FAALİYETİ .....	54
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME .....	56
MODÜL DEĞERLENDİRME .....	58
CEVAP ANAHTARLARI.....	62
KAYNAKÇA .....	64

# AÇIKLAMALAR

<b>KOD</b>	<b>861CMG034</b>
<b>ALAN</b>	<b>İtfaiyecilik ve Yangın Güvenliği</b>
<b>DAL/MESLEK</b>	<b>İtfaiyecilik ve Yangın Güvenliği</b>
<b>MODÜLÜN ADI</b>	<b>Temel İşlemler</b>
<b>MODÜLÜN TANIMI</b>	Bu modül; temel işlemler başlığı altında matematikte dört işlem, ondalık sayılarla hesaplamalar, kesirli sayılarla hesaplamalar, oran-orantı hesapları ve trigonometrik hesaplar hakkında teorik bilgilerin verildiği öğrenme materyalidir.
<b>SÜRE</b>	40/16
<b>ÖN KOŞUL</b>	
<b>YETERLİK</b>	Matematiksel işlemleri ve ondalık, kesirli, oran-orantı, trigonometri hesaplarını yapmak
<b>MODÜLÜN AMAÇLARI</b>	<b>Genel Amaç</b> Gerekli ortam sağlandığında matematiksel temel işlemleri ve ondalık, kesirli oran-orantı, trigonometri hesaplarını yapabileceksiniz. <b>Amaçlar</b> <b>1.</b> Dört işlemle hesap yapabileceksiniz. <b>2.</b> Ondalık sayılarla hesap yapabileceksiniz. <b>3.</b> Kesirli sayılarla hesap yapabileceksiniz. <b>4.</b> Oran-orantı hesaplarını yapabileceksiniz. <b>5.</b> Trigonometrik hesaplar yapabileceksiniz.
<b>EĞİTİM ÖĞRETİM ORTAMLARI VE DONANIMLARI</b>	<b>Ortam:</b> Sınıf, kütüphane <b>Donanım:</b> Tepegöz, projeksiyon, bilgisayar ve donanımları, öğretim materyalleri, kalem, defter, silgi, fonksiyonlu hesap makinesi vb.
<b>ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME</b>	Modül içinde yer alan her öğrenme faaliyetinden sonra verilen ölçme araçları ile kendinizi değerlendireceksiniz. Öğretmen modül sonunda ölçme aracı (çoktan seçmeli test, doğru-yanlış testi, boşluk doldurma, eşleştirme vb.) kullanarak modül uygulamaları ile kazandığınız bilgi ve becerileri ölçerek sizi değerlendirecektir.



# GİRİŞ

**Sevgili Öğrenci,**

Gelişen teknoloji günümüzde İtfaiyecilik ve Yangın Güvenliği Alanı'nda da kendini iyiden iyiye hissettirmeye başlamıştır. Teknolojinin gelişmesiyle beraber yenilenen ve gelişen alet ve makineleri kullanan insanların makinelerin ayarlanması için gerekli matematiksel hesapları yapması gerekmektedir.

İtfaiyeciler özellikle yangına müdahale anında yanan maddenin cinsine göre çeşitli kimyasallar kullanmaktadır. Bu kimyasalların karışım oranları, tehlike alanının bu kimyasalla kaplanması vb. işler için matematiksel hesaplara ihtiyaç duyarlar.

Bu modülle sizlere mesleğinizi icra ederken kullanacağınız matematiksel temel işlemler anlatılacaktır.





# ÖĞRENME FAALİYETİ-1

## AMAÇ

Gerekli bilgiler verildiğinde meslek hesaplarında kullanacağınız dört işlemi doğru olarak yapabileceksiniz.

## ARAŞTIRMA

- Meslek hesaplarında dört işlemin yeri hakkında öğretmeninizin rehberliğinde araştırmalar yapınız.
- Topladığımız bilgileri sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

## 1. MATEMATİKTE DÖRT İŞLEM

### 1.1. Sayılar

#### 1.1.1. Tanımı

Rakamlar, sayıları ifade etmekte kullanılan sembollerdir. Sayı ise kullanılan sayı sisteminin rakamlarının yan yana getirilmesiyle oluşturulur.

#### 1.1.2. Çeşitleri

##### 1.1.2.1. Sayma Sayıları

$\{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$  kümesinin her bir elemanına “**sayma sayısı**” denir.

Örnek: 1, 5, 45, 256, 257, 89654...vb. sayılardır.

##### 1.1.2.2. Doğal Sayılar

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$  kümesinin her bir elemanına “**doğal sayı**” denir.

Örnek: 0, 1, 25, 36, 45, 4789...vb. sayılar doğal sayılardır.

##### 1.1.2.3. Pozitif Doğal Sayılar

$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$  kümesinin her bir elemanına “**pozitif doğal sayı**” denir.

Örnek: 1, 5, 10, 60, 190...vb. sayılar pozitif doğal sayılardır.

#### 1.1.2.4. Tam Sayılar

$Z = \{ \dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots \}$  kümesinin her bir elemanına “**tam sayı**” denir.

**Örnek** :-840, -560,-100, -5, 10, 45, 68, 99...vb. sayılar tam sayılardır.

#### 1.1.2.5. Rasyonel Sayılar

a ve b birer tam sayı ve  $b \neq 0$  olmak koşuluyla  $\frac{a}{b}$  biçiminde yazılabilen sayılara “**rasyonel sayılar**” denir, a’ya kesrin payı b’ye de kesrin paydası denir,  $Q$  ile gösterilir.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

**Örnek**:  $\frac{1}{2}, \frac{9}{2}, \frac{2}{35}, 2\frac{3}{7}, -\frac{23}{45}$  ... vb. sayılar rasyonel sayılardır.

#### 1.1.2.6. İrrasyonel Sayılar

Virgülden sonraki kısmı tahmin edilemeyen sayılara “**irrasyonel sayılar**” denir. İrrasyonel sayılar rasyonel olmayan sayılardır.

İrrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerindeki yerleri tam olarak belli değildir.

Hem rasyonel hem de irrasyonel olan bir sayı yoktur.

**Örnek**:  $\sqrt{5}, \sqrt[5]{34}, -\sqrt[7]{5}, e = 2,718\dots; \pi = 3,1415926\dots$  vb. sayılar irrasyonel sayılardır.

#### 1.1.2.7. Reel (Gerçel) Sayılar

Rasyonel sayılar kümesiyle irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi olan kümeye “**reel (gerçel) sayılar**” kümesi denir.  $IR = Q \cup Q^1$  biçiminde gösterilir.

Sayı eksenini üzerindeki tüm noktaların kümesidir.

$$\text{Örnek: } \frac{\pi}{2}, \sqrt{5} + \sqrt{8}, \sqrt{\frac{3}{9} + \frac{5}{9}}, \sqrt{\frac{3}{4}}, \frac{4}{16}$$

Örnekte görüldüğü gibi reel sayılar hem rasyonel hem de irrasyonel sayıların birleşimidir.

### 1.1.2.8. Karmaşık (Kompleks) Sayılar

$C = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R} \text{ ve } i = \sqrt{-1}\}$  kümesinin her elemanına **karmaşık sayı** denir.

Örnek:  $2-4i, 5-2i, 4+3i \dots$  vb. sayılar karmaşık sayılardır.

## 1.2. Tam Sayılarla Dört İşlem

Bir problemin çözümünde işlem yaparken izlenmesi gereken sıra:

- Parantez içleri
- Kuvvet alma
- Hangisi önce geliyorsa bölme ya da çarpma
- Hangisi önce geliyorsa toplama ya da çıkarma

$$\begin{aligned}\text{Örnek: } & (15 : 5 - 7) \cdot (-7 \cdot 3 + 9) + 12 = ? \\ & = (3 - 7) \cdot (-21 + 9) + 12 \\ & = -4 \cdot -12 + 12 = -48 + 12 = -36\end{aligned}$$

### 1.2.1. Toplama İşlemi

İşaretleri aynı olan tam sayılar için toplama işlemi yapılır. İşaret olarak aynı işaret verilir.

$$\text{Örnek: } 2 + 4 + 3 = +9 = 9$$

$$\text{Örnek: } -5 + (-7) + (-2) + (-4) = -18$$

İşaretler farklı ise küçük sayıdan büyük sayı çıkar, büyük olan sayının işareti alınır.

$$\text{Örnek: } 4 + (-3) = +1 = 1$$

$$\text{Örnek: } 3 + (-4) = -1$$

Tam sayılar kümesinde toplama işlemine göre birleşme ve değişme özelliği vardır. "0" tam sayılar kümesinde toplama işleminin birim (etkisiz) elemanıdır.

$$\begin{aligned}\text{Örnek: } & [(-7) + (+5)] + (-4) = (-7) + [(+5) + (-4)] \\ & (-2) + (-4) = (-7) + (+1) \\ & (-6) = (-6)\end{aligned}$$

$$\text{Örnek: } (+8) + 0 = 8 = 0 + (+8)$$

$$\begin{aligned}\text{Örnek: } & (-9) + (+3) = (+3) + (-9) \\ & (-6) = (-6)\end{aligned}$$

### 1.2.2. Çıkarma İşlemi

$a-b=a+(-b)$ 'den çıkarma işlemi yapılabilir.

$$\text{Örnek: } (3 - 4) + (5 - 2 - 7) \Rightarrow (-1)+(- 4)= (- 5)$$

Tam sayılar kümesinde çıkarma işlemine göre birleşme özelliği yoktur.

$$\begin{aligned} \text{Örnek: } [(-13) - (+9)] - (-7) &\neq (-13) - [(+9) - (-7)] \\ (-22) - (-7) &\neq (-13) - (+16) \\ (-15) &\neq (-29) \end{aligned}$$

### 1.2.3. Çarpma İşlemi

İki tam sayının çarpımında şu kurallar geçerlidir:

1. İşaretler aynı ise sonuç pozitifdir.

2. İşaretler farklı ise sonuç negatiftir.

$$(+). (+) = (+) \Rightarrow 2 . (+4) = + 8$$

$$(-). (+) = (-) \Rightarrow -2 . (+4) = - 8$$

$$(-). (-) = (+) \Rightarrow -2 . (-4) = + 8$$

$$(+). (-) = (-) \Rightarrow 2 . (-4) = - 8$$

Tam sayılar kümesinde çarpma işlemine göre birleşme özelliği vardır. "1" tam sayılar kümesinde çarpma işleminin birim (etkisiz) elemanıdır.

$$\begin{aligned} \text{Örnek: } [5. (-3)] . 7 &= 5 . [(-3) . 7] \\ (-15) . 7 &= 5 . (-21) \\ -105 &= -105 \end{aligned}$$

$$\text{Örnek: } 157 . 1=157$$

### 1.2.4. Bölme İşlemi

Bölme işleminde işaret kuralı çarpma işlemiyle aynıdır. Farkı ise sayıların bölümünün alınmasıdır. Bölme işlemi ( $/$ ), ( $\_$ ) veya ( $:$ ) işaretlerinden biriyle gösterilebilir.

$$\text{Örnek: } 4 / 2 = 4 : 2 = +2 = 2$$

$$\text{Örnek: } 4 / -2 = 4 : -2 = -2$$

$$\text{Örnek: } -4 / 2 = -4 : 2 = -2$$

$$\text{Örnek: } -4 / -2 = -4 : -2 = +2 = 2$$

Tam sayılar kümesinde bölme işlemine göre birleşme ve değişme özelliği yoktur.

$$60 : 10 : 5 \neq 60 : (10 : 5)$$

$$\text{Örnek: } 6 : 5 \neq 60 : 2$$

$$6 : 5 \neq 30$$

## UYGULAMA FAALİYETİ

$$X = [(5 \cdot 7 \cdot 9) / (3 \cdot 5)] - (6 / 2)$$

$$Y = (18 / 3) + [(-6) \cdot (2)]$$

ise;

$$Z = (X + Y) - (X - Y)$$

işleminin sonucu nedir?

Yukarıda verilen matematikte dört işlem konusuna ait uygulama faaliyetini aşağıdaki işlem basamakları ve önerileri dikkate alarak yapınız.

İşlem Basamakları	Öneriler
<p>➤ Öncelikle X değerini bulunuz.</p>	<p>➤ İşleme parantez içinden başlayınız. ➤ Parantez içinde önce çarpma ve bölme işlemini yapınız.</p> $X = [(315) / (15)] - (3)$ $X = (21) - (3)$ <p>➤ Daha sonra çıkarma işlemini yapınız. ➤ X değerini bulunuz.</p> $X = 18$
<p>➤ Y değerini bulunuz.</p>	<p>➤ İşleme parantez içinden başlayınız. ➤ Parantez içinde önce çarpma ve bölme işlemini yapınız.</p> $Y = (6) + (-12)$ <p>➤ Daha sonra çıkarma işlemini yapınız. ➤ Y değerini bulunuz.</p> $Y = -6$
<p>➤ X ve Y değerlerini yerine koyarak Z sayısını bulunuz.</p>	<p>➤ X ve Y değerlerini yerine yerleştiriniz. ➤ İşleme parantez içinden başlayınız.</p> $Z = [18 + (-6)] - [18 - (-6)]$ $Z = (12) - (24)$ <p>➤ Z değerini bulunuz.</p> $Z = -12$

## KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için **Evet**, kazanamadığınız beceriler için **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri		Evet	Hayır
1.	İşlem için verilen değerleri yerine yerleştirdiniz mi?		
2.	İşleme önce parantez içinden başladınız mı?		
3.	Öncelikle çarpma ve bölme işlemlerini yaptınız mı?		
4.	Çarpma ve bölme işlemlerini yaparken (-) ve (+) işaretlerine dikkat ettiniz mi?		
5.	Toplama ve çıkarma işlemlerini yaptınız mı?		
6.	Toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken (-) ve (+) işaretlerine dikkat ettiniz mi?		
7.	İşlemin sonucunu bulduktan sonra işlemin sağlamasını yaptınız		

## DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme” ye geçiniz.

## ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru seçeneği işaretleyiniz.

- Aşağıdakilerden hangisi doğal sayı kümesidir?  
A)  $\{-2, -10, 5, 78\}$  C)  $\{3, 5, -9\}$   
B)  $\{2, 5, -8, 9\}$  D)  $\{0, 1, 5, 40\}$
- Aşağıdakilerden hangisi irrasyonel sayıdır?  
A) (17) C) ( $\sqrt{9}$ )  
B) (-15) D) (1)
- 5 ile 15 arasında kaç doğal sayı vardır?  
A) 15 C) 5  
B) 7 D) 9
- $(+10) + (-7)$  işleminin sonucu kaçtır?  
A) (17) C) (7)  
B) (3) D) (-3)
- $[(-20) - (+9)] - (-9)$  işleminin sonucu nedir?  
A) (38) C) (-2)  
B) (-20) D) (20)
- $(3 \cdot 5 \cdot (-6))$  işleminin sonucu nedir?  
A) (9) C) (-90)  
B) (-75) D) (90)
- $(30 : 5 - 8) \cdot (-7 \cdot 2)$  işleminin sonucu nedir?  
A) (28) C) (-28)  
B) (140) D) (-140)
- $(12 : 3 - 7) \cdot (-7 \cdot 2 - 6) + 10$  işleminin sonucu nedir?  
A) 60 C) 70  
B) 114 D) 90

## DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

# ÖĞRENME FAALİYETİ-2

## AMAÇ

Gerekli bilgiler verildiğinde meslek hesaplarında kullanacağınız ondalık sayılarla işlemleri doğru olarak yapabileceksiniz.

## ARAŞTIRMA

- Meslek hesaplarında ondalık sayılarla işlemin yeri hakkında öğretmenin rehberliğinde araştırmalar yapınız.
- Topladığımız bilgileri sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

## 2. ONDALIK SAYILAR

### 2.1. Ondalık Sayılar

#### 2.1.1. Tanımı

$m \in \mathbb{Z}$  ve  $n \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere  $m / 10^n$  şeklinde yazılabilen kesirlere ondalık kesir, sayılara da “ondalık sayılar” denir. Yani paydası  $10^n$  un kuvveti olan kesirler (sayılar) dir.

Her pozitif rasyonel sayının devirli bir ondalık açılımı vardır. Bu işlem pay, paydaya bölünerek yapılır.

#### Örnek:

- $1/10 = 0,1$  (sıfır tam onda bir)
- $25/100 = 0,25$  (sıfır tam yüzde üç)
- $25/10 = 2,5$  (iki tam onda beş)
- $2/1000 = 0,002$  (sıfır tam binde iki)
- $242/100 = 2,42$  (iki tam yüzde kırk iki)
- $2342/1000 = 2,342$  (iki tam binde üç yüz kırk iki)

#### 2.1.2. Özellikleri

- **Bir kesrin ondalık açılımında ondalık kısımdaki rakamların en sağına yazılan sıfırların bir anlamı yoktur.**

**Örnek:**  $1,2=1,20=1,200=1,2000=1,20000$  sayılarının hepsi  $1,2$ 'dir. Yani eşittir.

**Örnek:**  $5,12 = 5,120 = 5,1200 = 5,12000$  ,... olur.



➤ **Devirli ondalık sayılar**

Ondalık sayı şeklinde yazılan bir rasyonel sayıda ondalık kısımdaki rakamlar belirli bir biçimde tekrarlanıyorsa bu sayıya “devirli ondalık sayı” denir.

**Örnek:**  $1 = 0,3333... = 0,3$        $9 = 1,2222... = 1,2$

➤ **Devirli ondalık sayıların rasyonel biçimde yazılması**

Devirli ondalık sayılar, rasyonel sayı şekline şöyle çevrilir: Paya ondalık sayının tümü yazılır, paydaya da 1 ve 1' in ardına ondalık kısımdaki rakam sayısı kadar 0 yazılır.

Bir devirli ondalık sayıyı rasyonel biçimde yazmak için;

Devirli Sayı =  $\frac{\text{Tüm Sayı} - \text{Devretmeyen Sayı}}{\text{Devreden kadar 9 ve devretmeyen kadar 0 işlemi yapılır.}}$

a, b, c, d birer rakam olsun: (4 haneli ondalıklara kadar ki bağıntı aşağıdadır.)

$$0,\overline{a} = \frac{a-0}{9} = \frac{a}{9} ; 0,\overline{ab} = \frac{ab-0}{99} = \frac{ab}{99} ; a,\overline{b} = \frac{ab-a}{9} ; a,\overline{bcd} = \frac{abcd-ab}{990}$$

**Örnek:**  $0,\overline{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ,  $0,\overline{24} = \frac{24-0}{99} = \frac{24}{99}$ ,  $1,\overline{234} = \frac{1234-12}{990} = \frac{1222}{990}$

**Örnek:** 1,025 şeklindeki ondalık sayısını kesre çeviririz (Aşağıdaki işlem sırası takip edilerek yapılır.).

$$\frac{1025}{1000} = \frac{1000 + 25}{1000} = \frac{1000}{1000} + \frac{25}{1000} = 1\frac{25}{1000} = 1\frac{1}{40}$$

➤ **Her ondalıklı sayı rasyonel sayı olarak yazılabilir mi?**

$3,\overline{12}$  ve  $21,\overline{052}$  gibi çizgili olarak gösterilebilen ondalık sayılar rasyonel sayı olarak yazılabilir.  $15,1240671...$  şeklinde kuralsız olarak devreden sayılar rasyonel sayı değildir. Bu sayılara “**irrasyonel sayılar**” denir.

➤ **Rasyonel sayıyı ondalık sayıya çevirmek:**

Rasyonel sayıyı ondalık sayıya çevirirken;

- Payındaki sayı paydasındaki sayıya bölünür ya da
- Paydasındaki sayı 10'un kuvveti olarak yazıldıktan sonra çevrilir.

**Örnek:**  $\frac{3}{5}$  rasyonel sayısını ondalık sayıya çevirelim.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} = 0,6$$

### ➤ **Ondalık sayılarda sıralama**

Pozitif ondalık sayılar karşılaştırılırken tam sayılara bakılır. Tam sayısı büyük olan kesir daha büyüktür. Tam sayılar eşit ise onda birler basamaklarına bakılır. Hangisi büyükse o kesir daha büyüktür. Onda birler basamakları eşit ise yüzde birler basamaklarına bakılır. Hangisi büyükse o kesir daha büyüktür.

**Örnek:** 0,475; 3,7; 2,08 sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

**Çözüm:** Tam sayıları  $0 < 2 < 3$  olduğundan sıralama  $0,475 < 2,08 < 3,7$  olur.

### ➤ **Ondalık sayılarda yuvarlama yapma**

Bir ondalık sayıyı yuvarlama yapmak demek, bu sayıya yaklaşık olarak eşit olan daha az basamaklı bir ondalık sayıyı bulmak demektir.

Bir ondalık sayıyı istenilen basamağında yuvarlama yapmak için istenilen basamağın sağındaki rakama bakılır. Bu rakamın sayı değeri, 5 veya 5'ten büyükse istenilen basamağın sayı değeri 1 artırılıp sağdaki basamaklar atılır. 5'ten küçük ise istenilen basamağın sayı değeri aynen alınıp sağdaki basamaklar atılır.

**Örnek:** 3,2471 ondalık kesrini yüzde birler basamağında yuvarlama yapalım.

**Çözüm:** Yüzde birler basamağının sağındaki rakam 7'dir.  $7 > 5$  olduğundan birler basamağındaki 4 sayısına 1 ekleyip sağdakileri atarız o hâlde;  $3,2471 \approx 3,25$ 'tir.

## **2.2. Ondalık Sayılarla Dört İşlem Yapma**

### **2.2.1. Toplama İşlemi**

Ondalık kesirlerde toplama işlemi yapılırken aşağıdaki yol izlenir:

- Toplananlar aynı adlı basamaklar bir hizada olacak şekilde alt alta yazılır.
- En küçük basamaktan başlayarak virgüli dikkate almadan toplama işlemi sürdürülür.
- Toplananların bazı basamaklarında rakam yoksa bu basamaklarda "0" varmış gibi düşünülür.
- Toplananların virgülleri hizasına toplamda virgül konulur.

**Örnek:**  $3,045 + 12,14$  toplamını bulunuz?

$$\begin{array}{r} 12,14 \\ + 3,045 \\ \hline 15,185 \end{array} \quad \text{olarak bulunur.}$$

**Örnek:**  $2,15 + 35,242$  toplamını bulunuz?

$$\begin{array}{r} 35,242 \\ + 2,15 \\ \hline 37,392 \end{array} \quad \text{olarak bulunur.}$$

### 2.2.2. Çıkarma İşlemi

Ondalık sayılarda çıkarma işlemi yaparken aşağıdaki yol izlenir:

- Aynı adlı basamaklar ve virgülleri aynı hizada olmak üzere eksilenin altına çıkan yazılır.
- En küçük basamaktan başlanarak virgül dikkate alınmadan çıkarma işlemi sürdürülür.
- Eksilenin veya çıkanın bazı basamaklarında rakam yoksa bu basamaklarda "0" varmış gibi düşünülür.
- Eksilen ile çıkanın virgülleri hizasına farkın virgülü konulur.

**Örnek:**

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ - 0,2 \\ \hline 0,3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4,0 \\ - 2,3 \\ \hline 1,7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,764 \\ - 2,264 \\ \hline 1,500 \end{array} \quad \begin{array}{r} 315,08 \\ - 9,215 \\ \hline 305,865 \end{array}$$

### 2.2.3. Çarpma İşlemi

İki ondalık kesir ile çarpma işlemi yaparken aşağıdaki yol izlenir.

- Çarpanlar alt alta yazılır.
- Virgülleri dikkate almadan çarpma işlemi yapılır.
- Çarpanların kesir kısmındaki basamak sayılarının toplamı bulunur. Elde edilen çarpımın basamakları sağdan sola doğru, bulunan toplam sayılarak çarpımın kesir kısmı virgülle ayrılır.

**Örnek:**

$$\begin{array}{r} 1,3 \\ \times 1,5 \\ \hline 65 \\ + 13 \\ \hline 1,95 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1,25 \\ \times 4,3 \\ \hline 375 \\ + 500 \\ \hline 5,375 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,75 \\ \times 0,7 \\ \hline 2625 \\ + 0000 \\ \hline 02,625 \end{array}$$

- 10, 100, 1000 ile çarpma

Ondalık sayıları 10 ile çarparken virgöl bir basamak sağa, 100 ile çarparken virgöl iki basamak sağa kaydırılır. Yani sıfır sayısı kadar basamak soldan sağa doğru virgülle ayrılır. (1,2 ve 3. örnekte görüldüğü gibi) Ondalık kesrin kesir kısmında yeterli sayıda basamak yoksa kesir kısmının sonuna sıfır eklenir (4. örnekte görüldüğü gibi).

**Örnek:**

- $3,417 \times 10 = 34,17$   
➤  $3,417 \times 100 = 341,7$   
➤  $3,417 \times 1000 = 3417$   
➤  $3,417 \times 10^5 = 3,41700 \times 10^5 = 341700$

#### 2.2.4. Bölme İşlemi

Bir ondalık kesri bir sayma sayısına bölerken virgöl dikkate alınmadan bölme işlemi sürdürülür. Sıra kesir kısmına gelince bölüme virgöl konulup bölme işlemine devam edilir.

**Örnek:** 8'i 0,2'ye bölelim.

**1. Yol**

$$\begin{array}{r} 8 \overline{)0,2} \\ \underline{\phantom{0}0} \\ 20 \\ \underline{\phantom{0}0} \\ 20 \\ \underline{\phantom{0}0} \\ 00 \end{array}$$

**2. Yol**

$$8 \div 0,2 = 8 \div \frac{2}{10} \Rightarrow 8 \times \frac{10}{2} = \frac{8 \times 10}{2} \Rightarrow \frac{80}{2} = 40 \text{ bulunur.}$$

- 10, 100, 1000 ile bölmek

Ondalık sayıları 10'a bölerken virgöl bir basamak sola, 100'e bölerken virgöl iki basamak sola kaydırılır. Yani sıfır sayısı kadar basamak sağdan sola doğru virgülle ayrılır.

**Örnek:**

- $312,4 : 10 = 31,24$   
➤  $312,4 : 100 = 3,124$   
➤  $312,4 : 1000 = 0,3124$

**Örnek:** 43,5'i 10'a bölelim:

$$\begin{array}{r} 43,5 \overline{)10} \Rightarrow \begin{array}{r} 435 \overline{)100} \\ \underline{-400} \phantom{0} \\ 0350 \\ \underline{-300} \phantom{0} \\ 0500 \\ \underline{-500} \\ 000 \end{array} \end{array}$$

Bir ondalık kesri 10'a bölmek için virgüli bir basamak sola kaydırırız.

➤  $10^5$ : Üslü ifade

Üslü ifade: “ $a^n = a.a.a.\dots.a$ ” şeklindeki “n” tane “a”nın çarpımına, **üslü ifadeler** denir ve “**a**”nın “**n**”**inci kuvveti** şeklinde okunur (Tablo.2.1).

$a^1 = a$	$1^1 = 1$	$2^1 = 2$	$(2/5)^1 = 2/5$
$a^2 = a.a$	$1^2 = 1.1 = 1$	$2^2 = 2.2 = 4$	$(2/5)^2 = 4/25$
$a^3 = a.a.a$	$1^3 = 1.1.1 = 1$	$2^3 = 2.2.2 = 8$	$(2/5)^3 = 8/125$

**Tablo 2.1: Üslü ifade örnekleri**

Sıfırdan farklı bir sayının, sıfıncı kuvveti 1'dir. Yani,  $a \neq 0$  iken,  $a^0 = 1$ 'dir (Tablo 2.2).

$1^0 = 1$	$1000^0 = 1$
$2^0 = 1$	$(-5/7)^0 = 1$
$(1/2)^0 = 1$	$(-5)^0 = 1$

**Tablo 2.2: Üssü sıfır olan sayılar**

Herhangi bir sayının 1'inci kuvveti, o sayının kendisine eşittir. Yani,  $a^1 = a$ 'dır (Tablo 2.3).

$0^1 = 1$	$(1/2)^1 = 1/2$
$1^1 = 1$	$(-5/2)^1 = -5/2$
$2^1 = 2$	$(-3)^1 = -3$

**Tablo 2.3: Üssü bir olan sayılar**

## UYGULAMA FAALİYETİ

$$X = (3,15 \cdot 4,2) - [(-5,6) / (0,8)]$$

$$Y = (8,3 / 0,2) + [(-8,9) \cdot (0,5)]$$

ise;

$$Z = (X \cdot Y) - (X - Y)$$

işleminin sonucu nedir?

Yukarıda verilen ondalık sayılar konusuna ait uygulama faaliyetini aşağıdaki işlem basamakları ve önerileri dikkate alarak yapınız.

İşlem Basamakları	Öneriler
<p>➤ Öncelikle X değerini bulunuz.</p>	<p>➤ İşleme parantez içinden başlayınız. ➤ Parantez içinde önce çarpma ve bölme işlemini yapınız. ➤ Sayıların pozitif veya negatif olmasına dikkat ediniz.</p> $X = (13,23) - (-7)$ <p>➤ Daha sonra çıkarma işlemini yapınız. ➤ X değerini bulunuz.</p> $X = 20,23$
<p>➤ Y değerini bulunuz.</p>	<p>➤ İşleme parantez içinden başlayınız. ➤ Parantez içinde önce çarpma ve bölme işlemini yapınız. ➤ Sayıların pozitif veya negatif olmasına dikkat ediniz.</p> $Y = (41,5) + (-4,45)$ <p>➤ Daha sonra toplama işlemini yapınız. ➤ Y değerini bulunuz.</p> $Y = 37,05$

<p>➤ X ve Y değerlerini yerine koyarak Z sayısını bulunuz.</p>	<p>➤ X ve Y değerlerini yerine yerleştiriniz.  ➤ İşleme parantez içinden başlayınız.  ➤ Sayıların pozitif veya negatif olmasına dikkat ediniz.</p> $Z = (20,23 \cdot 37,05) - (20,23 - 37,05)$ $Z = (749,5215) - (-16,82)$ <p>➤ Z değerini bulunuz.</p> $Z = 766,3415$
--	--

## KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için **Evet**, kazanmadığınız beceriler için **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. İşlem için verilen değerleri yerine yerleştirdiniz mi?		
2. İşleme önce parantez içinden başladınız mı?		
3. Öncelikle çarpma ve bölme işlemlerini yaptınız mı?		
4. Çarpma ve bölme işlemlerini yaparken (-) ve (+) işaretlerine dikkat ettiniz mi?		
5. Toplama ve çıkarma işlemlerini yaptınız mı?		
6. Toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken (-) ve (+) işaretlerine dikkat ettiniz mi?		
7. İşlemin sonucunu bulduktan sonra işlemin sağlamasını yaptınız mı?		

## DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme” ye geçiniz.

## ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyarak doğru seçeneği işaretleyiniz.

- 0,003 ondalık kesrinin okunuşu hangisidir?  
A) Sıfır tam üç  
B) Sıfır tam onda üç  
C) Sıfır tam binde üç  
D) Sıfır tam yüzde üç
- Aşağıdaki denkliklerden hangisi eşittir?  
A)  $(9,9=9,900)$   
B)  $(10,05=10,005)$   
C)  $(0,002=0,02)$   
D)  $(30,004=300,04)$
- $(1,85 \cdot 2) - (4,28 : 2)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 15,6  
B) 3,7  
C) 79,18  
D) 1,56
- 0,450; 0,950; 1,67 ondalık sayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $1,67 > 0,450 > 0,950$   
B)  $0,450 > 0,950 > 1,67$   
C)  $1,67 > 0,950 > 0,450$   
D)  $0,950 > 0,450 > 1,67$
- 7531,135 ondalık kesrinin 100'e bölümü aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 753,1135  
B) 75,31135  
C) 75311,35  
D) 7,531135
- 0,37 ondalık kesrinin rasyonel sayıya çevrilmiş hâli aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{37}{10}$   
B)  $\frac{100}{37}$   
C)  $\frac{37}{100}$   
D)  $\frac{37}{1000}$
- $3,15+70,35$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 73,50  
B) 735,0  
C) 100,5  
D) 7,350

## DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.



# ÖĞRENME FAALİYETİ-3

## AMAÇ

Gerekli bilgiler verildiğinde meslek hesaplarında kullanacağınız kesirli sayı işlemlerini doğru olarak yapabileceksiniz.

## ARAŞTIRMA

- Meslek hesaplarında kesirli sayıların yeri hakkında öğretmenin rehberliğinde araştırmalar yapınız.
- Topladığınız bilgileri sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

## 3. KESİRLİ SAYILAR

### 3.1. Kesirli Sayılar

#### 3.1.1. Tanımı

a, b birer tam sayı ve  $b \neq 0$  olmak üzere  $\frac{a}{b}$  şeklinde yazılabilen sayılara kesirli sayılar (rasyonel sayılar) denir. a'ya rasyonel sayının payı, b'ye rasyonel sayının paydası adı verilir. Rasyonel sayılar Q ile gösterilir

$\frac{a \rightarrow \text{pay}}{b \rightarrow \text{payda}}$  Örnek verecek olursak:  $-\frac{8}{5}, \frac{7}{10}, \frac{40}{3}$  gibi sayılar rasyonel sayıdır.

#### 3.1.2. Özellikleri

$b \neq 0$  için  $\frac{0}{b} = 0$ 'dır,  $b \neq 0$  için  $\frac{b}{0} = \text{tanımsızdır}$ ,  $\frac{0}{0} = \text{belirsizdir}$ .

##### 3.1.2.1. Kesirlerde Sıralama

Aşağıdaki üç husus dikkate alınarak yapılır.

- Paydaları eşit olan kesirlerde payı büyük olan daha büyüktür.

**Örnek:** Aşağıdaki örnekte kesirlerin büyükten küçüğe doğru sıralanışını görüyorsunuz.

$\frac{125}{12} > \frac{99}{12} > \frac{9}{12} > \frac{5}{12} > \frac{2}{12}$  (Payı büyük olan kesir daha büyüktür.)

**Örnek:** Aşağıda karışık verilen kesirleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız?

$$\frac{128}{15}, \frac{5}{15}, \frac{80}{15}, \frac{8}{15}, \frac{25}{15}$$

**Çözüm:** Payı küçük olan kesir daha küçüktür.  $\frac{5}{15} < \frac{8}{15} < \frac{25}{15} < \frac{80}{15} < \frac{128}{15}$

➤ Payları eşit olan kesirlerden, paydası küçük olan daha büyüktür.

**Örnek:** Aşağıdaki örnekte kesirlerin büyükten küçüğe doğru sıralanışını görüyorsunuz.

$$\frac{3}{7} > \frac{3}{8} > \frac{3}{9} > \frac{3}{17} > \frac{3}{75} > \frac{3}{986}$$

**Örnek:**  $\frac{7}{3}, \frac{7}{4}, \frac{7}{15}, \frac{7}{86}, \frac{7}{38}$  kesirlerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

**Çözüm:** Paydası büyük olan kesir daha küçüktür.  $\frac{7}{86} < \frac{7}{38} < \frac{7}{15} < \frac{7}{4} < \frac{7}{3}$

➤ Hem payları hem de paydaları eşit olmayan kesirleri sıralamak için pay ya da paydadan biri eşitlenir.

**Örnek:** A-)  $\frac{2}{3}$  B-)  $\frac{1}{4}$  C-)  $\frac{5}{6}$  sayılarını sıralayınız.

**Çözüm:**  $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{16}{24}, \frac{6}{24}, \frac{20}{24}$  sıralaması yapılacak olursa  $\frac{20}{24} > \frac{16}{24} > \frac{6}{24}$   
(8) (6) (6)

Yani  $c > a > b$  olur.

**Örnek:**  $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{4}{9}$  kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Kesirleri paydaları 45 olacak şekilde eşitleyelim. 1. kesri 15, 2. kesri 9, 3. kesri ise 5 ile çarpalım;

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{30}{15}, \frac{36}{45}, \frac{20}{45} \text{ sıralaması yapılacak olursa } \frac{36}{45} > \frac{30}{45} > \frac{20}{45} \text{ hâlini alır.}$$

(15) (9) (5)

### 3.1.2.2. Kesir Çeşitleri

- **Basit kesirler:** Payı paydasından mutlak değerce küçük olan kesire “**basit kesir**” denir.

$\frac{a}{b}$  basit kesir  $\Rightarrow |a| < |b|$  şartını sağlamalıdır.

**Örnek:**  $\frac{4}{5}, \frac{5}{-7}, \frac{3}{8}, \dots$  gibi kesirler basit kesirlerdir.

- **Bileşik kesirler:** Payı paydasından mutlak değerce büyük ya da payı paydasına mutlak değerce eşit olan kesire “bileşik kesir” denir.  $\frac{a}{b}$  bileşik kesir  $\Rightarrow |a| \geq |b|$  şartını sağlamalıdır.

**Örnek:**  $\frac{8}{3}, \frac{4}{4}, \frac{-9}{5}, \frac{6}{-2}$  gibi kesirler bileşik kesirlerdir.

- **Tam sayılı kesirler:** Önünde tam sayı olan kesire “**tam sayılı kesir**” denir.

**Örnek:**  $3\frac{4}{5}, -6\frac{5}{7}, 2\frac{1}{2}$  gibi kesirler tam sayılı kesirlerdir.

Tam sayılı kesirler bileşik kesire çevrilebilir.  $a\frac{b}{c} = \frac{a.c+b}{c} = a + \frac{b}{c}$

**Örnek:**  $\frac{a+4}{8}$  kesirinin basit kesir olabilmesi için “a”nın alabileceği doğal sayılar kümesi nedir?

**Cevap:**  $a+4 < 8$   $a < 8-4$  ise  $a < 4$ 'dür. Buradan da “a”nın alabileceği doğal sayılar kümesi  $(0, 1, 2, 3)$ 'tür.

- **İşlem önceliği:**

Toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve üs alma işlemlerinden bir kaçının birlikte bulunduğu rasyonel sayılarda işlemler aşağıdaki sıraya göre yapılır:

- Parantezler ve kesir çizgisi işleme yön verir.
- Üslü işlemler varsa sonuçlandırılır.
- Çarpma - bölme yapılır.
- Toplama - çıkarma yapılır.

## 3.2. Kesirli Sayılarla Dört İşlem Yapma

### 3.2.1. Toplama İşlemi

Aynı işaretli iki rasyonel sayının toplama işlemi yapılırken rasyonel sayıların paydaları eşit değilse paydalar eşitlenir. Payların mutlak değerleri toplamı paya yazılır. Ortak payda, paydaya yazılır. Toplananların ortak işareti toplama, işaret olarak verilir.

Paydalar eşit ise  $\frac{a}{b}, \frac{c}{b} \in \mathbb{Q}$  için  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$  olur.

**Örnek:**  $\frac{3}{7} + \frac{10}{7} = \frac{3+10}{7} = \frac{13}{7}$

Paydalar eşit olduğu için paylar toplanır ve paya yazılır. Ortak payda paydaya yazılır.

**Örnek:**  $\frac{5}{12} + \frac{9}{12} + \frac{25}{12} = \frac{5+9+25}{12} = \frac{39}{12}$

Paydalar farklı ise;

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$  ise  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$  olur.

**Örnek:**  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$

Paydalar önce eşitlenir. Sonra paylar toplanır paya yazılır. Ortak payda paydaya yazılır.

**Örnek:**  $\frac{5}{3}, \frac{9}{2}, \frac{10}{4}$  kesirlerini toplayalım.

**Çözüm:**  $\frac{5}{3} + \frac{9}{2} + \frac{10}{4} = \frac{5}{3} + \frac{9}{2} + \frac{10}{4} \Rightarrow \frac{20}{12} + \frac{54}{12} + \frac{30}{12} \Rightarrow \frac{20+54+30}{12} = \frac{104}{12}$   
(4) (6) (3)

olur.

### 3.2.2. Çıkarma İşlemi

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{5} & - & \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \\ \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\ \text{eksilen} & & \text{çıkan} \quad \text{Fark} \end{array}$$

Paydaları eşit iki kesir ile çıkarma işlemi yapmak için eksilenin payından çıkanın payı çıkarılıp paya yazılır, ortak payda farkın paydasına yazılır.

Paydalar eşit ise;

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{b} \in \mathbb{Q} \text{ için } \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \text{ olur.}$$

$$\text{Örnek: } \frac{18}{7} - \frac{6}{7} = \frac{18-6}{7} = \frac{12}{7}$$

$$\text{Örnek: } \frac{76}{15} - \frac{33}{15} - \frac{3}{15} = \frac{76-33-3}{15} = \frac{40}{15}$$

Paydaları eşit olmayan iki kesir ile çıkarma işlemi yaparken önce eksilen ile çıkanın paydaları eşitlenir. Eksilenin payından çıkanın payı çıkarılır, bulunan sayı farkın payına, ortak payda farkın paydasına yazılır.

Paydalar farklı ise;

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \text{ ise } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a.d - c.b}{b.d} \text{ olur.}$$

$$\text{Örnek: } \frac{3}{7} - \frac{2}{6} = \frac{3.6 - 2.7}{7.6} = \frac{18-14}{42} = \frac{4}{42}$$

$$\text{Örnek: } \frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{2.5 - 4.3}{3.5} = \frac{10-12}{15} = \frac{-2}{15}$$

### 3.2.3. Çarpma İşlemi

Rasyonel iki sayının çarpımı payların çarpımı paya, paydaların çarpımı paydaya yazılarak yapılır.

Yani,  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$  şeklinde yapılmalıdır. İşaret kuralı tam sayılardaki gibidir.

$$\text{Örnek: } \frac{3}{5} \times \frac{4}{6} = \frac{3.4}{5.6} = \frac{12}{30}$$

$$\text{Örnek: } \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{15}{7}\right) = -\frac{3.15}{5.7} = -\frac{45}{35} \Rightarrow 5 \text{ ile sadeleştirecek } -\frac{9}{7} \text{ olur.}$$

### 3.2.4. Bölme İşlemi

Rasyonel iki sayının bölümü: İlk sayı aynen yazılır, ikinci sayı ters çevrilip çarpılır. Yani ilk sayı, ikinci sayının çarpma işlemine göre tersi ile çarpılır.

Bölme işleminin genel kuralı,  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$  şeklindedir. Burada b, c

ve d'nin sıfırdan farklı olması gerekir. Çünkü sıfıra bölme tanımsızdır. Diğer taraftan sıfırın sıfırdan farklı bir sayıya bölümü, sıfırdır. İşaret kuralı çarpma işlemindeki gibidir (tam sayılarda çarpma işlemi).

$$\text{Örnek: } \frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1.5}{2.3} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Örnek: } \frac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{4}} = \frac{3}{5} : \frac{9}{4} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{1.4}{5.3} = \frac{4}{15}$$

**Örnek:**  $\frac{4}{3} : 7$  işlemini yapınız.

$$\text{Çözüm: } \frac{4}{3} : 7 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{4.1}{3.7} = \frac{4}{21}$$

**Örnek:**  $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{5}$  işleminin sonucunu bulunuz.

$$\text{Çözüm: } \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) : \frac{3}{5} \Rightarrow \left(\frac{3-2}{4}\right) : \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{1}{4} : \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{1.5}{4.3} = \frac{5}{12}$$

olur.

## UYGULAMA FAALİYETİ

$$X = \left( \frac{5}{8} + \frac{3}{4} \right) - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$Y = \left( \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \right) \div \left( \frac{4}{8} \times \frac{2}{3} \right)$$

ise;

$$Z = X - Y$$

işleminin sonucu nedir?

Yukarıda verilen kesirli sayılar konusuna ait uygulama faaliyetini aşağıdaki işlem basamakları ve önerileri dikkate alarak yapınız.

İşlem Basamakları	Öneriler
<p>➤ Öncelikle X değerini bulunuz.</p>	<p>➤ İşleme parantez içinden başlayınız. ➤ Kesirlerin paydalarını eşitleyiniz. ➤ Sayıların pozitif veya negatif olmasına dikkat ediniz.</p> $X = \left( \frac{5}{8} + \frac{3}{4} \right) - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \left( \frac{5}{8} + \frac{6}{8} \right) - \left( \frac{2}{4} - \frac{1}{4} \right)$ <p style="text-align: center;">(2)                      (2)</p> $X = \left( \frac{11}{8} \right) - \left( \frac{1}{4} \right)$ <p>➤ Kesirlerin paydalarını eşitleyiniz. ➤ Daha sonra çıkarma işlemini yapınız.</p> $X = \left( \frac{11}{8} \right) - \left( \frac{1}{4} \right) = \left( \frac{11}{8} \right) - \left( \frac{2}{8} \right)$ <p style="text-align: center;">(2)</p> <p>➤ X değerini bulunuz.</p> $X = \left( \frac{9}{8} \right)$

<p>➤ Y değerini bulunuz.</p>	<p>➤ İşleme parantez içinden başlayınız.  ➤ Parantez içinde önce çarpma işlemi yapınız.  ➤ Sayıların pozitif veya negatif olmasına dikkat ediniz.</p> $Y = \left( \frac{6}{20} \right) \div \left( \frac{8}{24} \right)$ <p>➤ Daha sonra bölme işlemi yapınız.</p> $Y = \frac{6}{20} \times \frac{24}{8}$ <p>➤ Y değerini bulunuz.</p> $Y = \frac{144}{160} = \frac{9}{16}$
<p>➤ X ve Y değerlerini yerine koyarak Z sayısını bulunuz.</p>	<p>➤ X ve Y değerlerini yerine yerleştiriniz.  ➤ Kesirlerin paydalarını eşitleyiniz.</p> $Z = \frac{9}{8} - \frac{9}{16} = \frac{9}{8} - \frac{9}{16} = \frac{18}{16} - \frac{9}{16}$ <p>(2)</p> <p>➤ Z değerini bulunuz.</p> $Z = \frac{9}{16}$



## KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için Evet, kazanamadığınız beceriler için Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. İşlem için verilen değerleri yerine yerleştirdiniz mi?		
2. İşleme önce parantez içinden başladınız mı?		
3. Öncelikle çarpma ve bölme işlemlerini yaptınız mı?		
4. Çarpma ve bölme işlemlerini yaparken (-) ve (+) işaretlerine dikkat ettiniz mi?		
5. Toplama ve çıkarma işlemlerini yaptınız mı?		
6. Toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken paydaları eşitlediniz		
7. Toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken (-) ve (+) işaretlerine dikkat ettiniz mi?		
8. İşlemin sonucunu bulduktan sonra işlemin sağlamasını yaptınız mı?		

## DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme” ye geçiniz.

## ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyarak doğru seçeneği işaretleyiniz.

1.  $\frac{568}{55}, \frac{569}{55}, \frac{78}{55}, \frac{15}{55}$  kesirli sayıları büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{569}{55} > \frac{568}{55} > \frac{78}{55} > \frac{15}{55}$

C)  $\frac{568}{55} > \frac{569}{55} > \frac{78}{55} > \frac{15}{55}$

B)  $\frac{15}{55} > \frac{78}{55} > \frac{568}{55} > \frac{569}{55}$

D)  $\frac{569}{55} < \frac{568}{55} < \frac{78}{55} < \frac{15}{55}$

2.  $\frac{4}{19}, \frac{4}{18}, \frac{4}{612}, \frac{4}{199}$  kesirli sayıları küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{4}{612} > \frac{4}{199} > \frac{4}{19} > \frac{4}{18}$

C)  $\frac{4}{612} < \frac{4}{199} < \frac{4}{19} < \frac{4}{18}$

B)  $\frac{4}{18} < \frac{4}{19} < \frac{4}{199} < \frac{4}{612}$

D)  $\frac{4}{19} < \frac{4}{18} < \frac{4}{199} < \frac{4}{612}$

3.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{6}$  kesirlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{1}{2} > \frac{2}{3} > \frac{4}{6}$

C)  $\frac{4}{6} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

B)  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

D)  $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{4}{6}$

4. Aşağıdakilerden hangisi bileşik kesirdir?

A)  $\frac{18}{42}$

C)  $\frac{7}{9}$

B)  $\frac{67}{85}$

D)  $\frac{27}{15}$

5.  $\frac{a+10}{15}$  kesrinin basit kesir olabilmesi için "a"nın alabileceği sayılar kümesi nedir?

A) (1, 2, 3, 5)

C) (0, 1, 2, 3, 4)

B) (1, 2, 3, 4, 5)

D) (5, 6, 7, 8)

6.  $\frac{3}{8} + \frac{2}{4} \cdot \frac{5}{2}$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{35}{16}$

C)  $\frac{35}{8}$

B)  $\frac{13}{8}$

D)  $\frac{25}{24}$

7.  $\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{82}{100}$

C)  $\frac{7}{20}$

B)  $\frac{5}{20}$

D)  $-\frac{82}{100}$

8.  $\left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4}\right) : \frac{4}{17}$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\frac{17}{32}$

C)  $-\frac{41}{16}$

B)  $\frac{4}{136}$

D)  $\frac{34}{16}$

## DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

# ÖĞRENME FAALİYETİ-4

## AMAÇ

Gerekli bilgiler verildiğinde meslek hesaplarında kullanacağımız oran-orantı hesaplarını doğru olarak yapabileceksiniz

## ARAŞTIRMA

- Meslek hesaplarında oran ve orantı hesaplarının yeri hakkında öğretmenin rehberliğinde araştırmalar yapınız.
- Topladığımız bilgileri sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

## 4. ORAN-ORANTI

### 4.1. Oran-Orantı

#### 4.1.1. Tanımı

(a,b)  $\neq$  (0,0) ve (c,d)  $\neq$  (0,0) olmak üzere a.d=b.c ise

[a:b] ikilisi ile [c:d] ikilisi orantılıdır denir. [a:b] ye de a' nın b' ye oranı denir.

[a:b] gösterimi  $\frac{a}{b}$  şeklinde gösterilir.

Burada aynı birimle ifade edilen iki çokluğun karşılaştırıldığına ve oranın birimsiz olduğuna dikkat edilmelidir.

$\frac{2x}{3x}$  orandır. Ancak  $\frac{2\text{elma}}{3\text{armut}}$  oran değildir.

En az iki oranın eşitliğine orantı denir. Yani  $\frac{a}{b}$  oranı ile  $\frac{c}{d}$  'nin eşitliği olan  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  'ye orantı denir.

[a:b]=[c:d]  $\Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  'dir. Burada a ve d'ye dışlar, b ve c'ye içler denir.

### 4.1.2. Özellikleri

- Bir orantıda içler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c \text{ tanımdan yazılabilen bir özelliktir.}$$

**Örnek:**  $\frac{2}{5} = \frac{4}{x}$  orantıda x bilinmeyenini bulalım.

**Çözüm:**  $\frac{2}{5} = \frac{4}{x}$  içler, dışlar çarpımı yaparsak;  $2x = 20 \Rightarrow x = 10$  olur.

- Bir orantıda dışların yerleri değiştirildiğinde orantı bozulmaz.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

**Örnek:**  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Leftrightarrow \frac{10}{5} = \frac{6}{3}$

- Bir orantıda içlerin yerleri değiştirildiğinde orantı bozulmaz.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

**Örnek:**  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Leftrightarrow \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  (orantı katsayısı) ise,  $m \neq 0$ ,  $n \neq 0$  olmak üzere;

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{m.a}{m.b} = \frac{n.c}{n.d} \Rightarrow \frac{m.a + n.c}{m.b + n.d} = k$$

### 4.1.3. Kuralları

- **Doğru orantı:** İki çokluktan biri artarken diğeri de artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de azalıyorsa böyle çokluklara doğru orantılı çokluklar denir.

**Örnek:** Bir fabrikada 2 günde 60 televizyon üretiliyor. 12 günde kaç televizyon üretilir?

$$\begin{array}{r} 2 \text{ günde} \quad \times \quad 60 \text{ televizyon üretiliyorsa,} \\ 12 \text{ günde} \quad \times \quad x \text{ televizyon üretilir.} \\ \hline \text{D.O} \end{array}$$

$$2x = 60 \cdot 12 \Rightarrow \frac{2 \cdot x}{2} = \frac{60 \cdot 12}{2} \Rightarrow \text{buradan } x \text{ çekilirse } x = 360 \text{ televizyon bulunur.}$$

- **Ters orantı:** İki çokluktan biri arttığı zaman diğeri de aynı oranda azalır ya da biri azaldığı zaman diğeri de aynı oranda artar.

İki çokluktan biri artarken diğeri azalıyorsa biri azalırken diğeri artıyorsa böyle çokluklara ters orantılı çokluklar denir.

**Örnek:** Aynı büyüklükte 3 musluk boş bir havuzu 20 saatte doldurursa aynı büyüklükteki 5 musluk aynı havuzu kaç saatte doldurur?

$$\begin{array}{r} 3 \text{ musluk} \quad \quad \quad 20 \text{ saatte doldurursa} \\ 5 \text{ musluk} \quad \quad \quad x \text{ saatte doldurur} \\ \hline \text{T.O.} \end{array}$$

$$5x = 3 \cdot 20 \Rightarrow \frac{5 \cdot x}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5} \Rightarrow \text{buradan } x \text{ çekilirse } x=12 \text{ olarak bulunur. 12 saatte doldurur.}$$

Orantıda aynı cins çokluklar alt alta yazılmalıdır.

➤ **Bileşik orantı:** İki'den fazla oranın eşitliğine bileşik orantı denir.

**Örnek:** 8 işçi 6 m genişliğinde 200 m yolu 15 günde yapıyor. 5 işçi 8 m genişliğinde 300 m yolu kaç günde yapar.

Çözüm:

işçi	gün	genislik	yol
8	15	6	200
5	x	8	300
TO	DO	TO	

Bu çeşit sıralanmış terimleri ikişer ikişer gruplar hâlinde incelenir.

Birinci grup: (İşçi - Gün) Bir işi tamamlamak için işçiler artarsa aynı oranda günler azalır. Ters orantı (TO) => terimleri düz çarparız.  $8 \cdot 15 = 5 \cdot x$

İkinci grup: (Genişlik - Gün) Yolu genişletirsek aynı oranda iş günü artar. Doğru orantı (DO) => terimleri çapraz çarparız.

Üçüncü grup: (Genişlik - Yol) Sabit şartlarda (işçi, gün, malzeme vs.) yol genişletilirse aynı oranda boydan kısalır. Ters orantı (TO) => terimleri düz çarparız.

İşçi	Gün	Genişlik	Yol
8	15	6	200
5	x	8	300
TO	DO	TO	

$$x = \frac{8 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 300}{5 \cdot 6 \cdot 200} = 48 \text{ gün}$$

➤ **Aritmetik ortalama:**  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  gibi “n” tane sayının aritmetik ortalaması bu “n” sayının toplamının “n”ye bölümüdür. Buna göre  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  sayılarının aritmetik ortalaması,  $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$  şeklinde tanımlanabilir.

Özel olarak a ve b gibi iki sayının aritmetik ortalaması;  $\frac{a+b}{2}$  ‘dir.

a, b, c biçimindeki üç sayının aritmetik ortalaması,  $\frac{a+b+c}{3}$  ‘tür.

**Örnek:** Bir öğrenci derslerinden 67, 53, 84 ve 72 almıştır. Aldığı notların aritmetik ortalaması nedir?

**Çözüm:** Derslerinden aldığı notlar  $a_1=67$ ,  $a_2=53$ ,  $a_3=84$ ,  $a_4=72$  olsun. Burada  $n=4$  olmaktadır.  $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$  formülünü uygulayalım.

$$\frac{67 + 53 + 84 + 72}{4} = \frac{276}{4} = 69 \text{ 'dur.}$$

**Örnek:** Bir öğrenci üç sınava girmiştir. Üç sınavdan aldığı notların ortalaması 8 ve birinci sınavdan 10 aldığına göre diğer iki sınav notunun ortalaması kaçtır?

**Çözüm:** a,b ve c derslerden aldığı notlar olsun.

$$\frac{a + b + c}{3} = 8 \Rightarrow \text{içler dışlar çarpımından}$$

$$a + b + c = 8 \times 3 = 24 \text{ olur. Soruda verilen notu (a=10) yerine yazarsak;}$$

$$10 + b + c = 24 \Rightarrow$$

$$b + c = 24 - 10 \Rightarrow b + c = 14 \text{ olur. Ortalaması ise } \frac{b + c}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ 'dir.}$$

➤ **Geometrik orta (Orta orantılı):** b ve c sıfırdan farklı olmak üzere a, b, c sayıları arasında  $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$  orantısı varsa c'ye a ile b'nin geometrik ortasıdır veya c, a ile b arasında orta orantılıdır denir.  $\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = a \cdot b$  veya  $c = \sqrt{a \cdot b}$  yazılır.

İki terimin geometrik ortası, bu terimlerin çarpımının kareköküne eşittir. n tane sayının geometrik ortası ise bu sayıların çarpımının n. dereceden köküdür. Buna göre,

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  sayılarının geometrik ortalaması  $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$  şeklinde yazılır. İki sayının geometrik ortalamasının geometrik ortasına eşit olduğu gözükür.

**Örnek:** a,b,c biçimindeki üç sayının geometrik ortalamasını alalım.

**Çözüm:**  $\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$  dir.

a ile b' nin aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşit ise  $a = b$  ' dir.



**Örnek:** 3 ile 27 sayılarının geometrik ortasını bulalım.

**Çözüm:** Geometrik ortaya x dersek;

$$x = \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9 \text{ olarak bulunur.}$$

**Örnek:** 9 ile 25 sayılarının geometrik ortasını bulalım.

**Çözüm:** Geometrik ortaya x dersek;

$$x = \sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{225} = 15 \text{ olarak bulunur.}$$

## 4.2. Oran Hesapları

### 4.2.1. Tanımı

Aynı cinsten iki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılmasına oran denir.

### 4.2.2. Özellikleri

Daha önce oran konusunda görülmüştür. Bu kısımda konuyla ilgili örnekler verilmiştir.

**Örnek:**  $\frac{1}{3}, \frac{5}{8}, \frac{15}{9} \dots$  vb.

Bir oranın payını ve paydasını sıfırdan farklı bir sayı ile çarparsak oran değişmez.

**Örnek:**  $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}$  bulunur.  $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$  olur.

### 4.2.3. Kuralları

- Kesrin payı sıfır olabilir fakat paydası sıfır olamaz.
- Oranın payı ya da paydası sıfır olabilir.
- Oranlanan çoklukların birimleri aynı ya da aynı tür olmalıdır.
- Oranın sonucu birimsizdir.

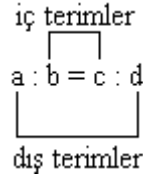
## 4.3. Orantı Hesapları

### 4.3.1. Tanımı

İki veya daha fazla eşit orana “**orantı**” denir.

### 4.3.2. Özellikleri

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  orantısını  $a:b=c:d$  şeklinde gösterebiliriz. “a ile d” dışta (yanlarda) olduğundan “a ile d” ye orantının dış terimleri (yan terimleri); “b ile c” içte (ortalarda) olduğundan “b ile c” ye orantının iç terimleri (orta terimleri) denir.



**Örnek:**  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$  orantısında 1. kesri 3 ve 2. kesri 2 ile çarpalım.

**Çözüm:**  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Leftrightarrow \frac{3.3}{5.3} = \frac{6.2}{10.2} \Rightarrow \frac{9}{15} = \frac{12}{20} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{9}{15} = \frac{12}{20}$

yani  $3 \times 10 = 5 \times 6 \Leftrightarrow 9 \times 20 = 10 \times 15$

$30 = 30 \Leftrightarrow 180 = 180$

Genişletilmiş hâli ile normal hâli birbirine eşittir.

**Örnek:**  $\frac{4}{5} = \frac{x}{35} \Rightarrow x$  ne olmalıdır?

**Çözüm:**  $\frac{4}{5} = \frac{x}{35}$  içler dışlar çarpımını uygulanır.

$5 \cdot x = 4 \cdot 35 \Rightarrow 5x = 140$

$x = \frac{140}{5} = 28 \Rightarrow x = 28$

x=28 olarak bulunur.

### 4.3.3. Kuralları

- Orantıyı oluşturan oranların çarpma işlemine göre tersleri de orantılıdır.
- Bir orantıda oranlar sadeleştirilebilir veya genişletilebilir.
- Bir orantıda paydaların toplamı, payların toplamına oranlandığında orantı sabiti değişmez.
- İki oranın içler çarpımı dışlar çarpımına eşit ise orantı oluşturur.

**Örnek:**  $\frac{4}{5}, \frac{16}{20}$  oranları bir orantı oluşturur mu?

**Cözüm:** İki oranın içler çarpımı dışlar çarpımına eşit ise orantı oluşturur.

$$\frac{4}{5} \times \frac{16}{20}$$

$4 \times 20 = 5 \times 16 \Rightarrow 80 = 80$  'dir. O hâlde  $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$  orantılıdır.

**Örnek:**  $\frac{7}{8}$  ve  $\frac{11}{30}$  oranları bir orantı oluşturur mu?

**Cözüm:** İçler çarpımı dışlar çarpımına eşit ise orantı oluşturur.

$$\frac{7}{8} \times \frac{11}{30} \Rightarrow 7 \times 30 = 8 \times 11 \quad \text{o hâlde } \frac{7}{8} \neq \frac{11}{30} \text{ orantı değildir.}$$

## 4.4. Yüzde (%) Hesapları

### 4.4.1. Tanımı

Paydası 100 olan sayılara “**yüzde oranı**” denir. Bir örnekle yüzde kavramını açıklayalım.

100 kişinin katıldığı bir sınavda 57 kişi başarılı olmuştur. Bu sınavdaki başarı oranını bulalım: Başarılı olanların sayısı/sınava katılanların sayısı =  $\frac{57}{100}$  'dür.

Bu oran,  $\frac{57}{100} = \frac{1}{100} \times 57 = 0,01 \times 57$  şeklinde de yazılır.  $\frac{1}{100}$  veya 0,01 yerine “%” sembolü kullanılarak  $\frac{57}{100} = \%57 \Rightarrow$  olarak yazılır. Yüzde elli yedi diye okunur.

#### 4.4.2. Özellikleri

- Her oran, yüzde oranı şeklinde yazılabilir:  $\frac{71}{100} = \%71$
- Her oran, genişletilebilir ve sadeleştirilebilir:  $\frac{48}{100} = \frac{48.4}{400.4} = \frac{12}{100} = \%12$

#### 4.4.3. Kuralları

- **Yüzde olarak verilen bir sayının rasyonel sayı olarak yazılması**

**Örnek:** Her yüzde oran, ondalık kesir veya rasyonel sayı olarak yazılabilir:

$$\%70 = \frac{70}{100} = 0,7 \text{ ondalık kesir.}$$

- **Verilen bir sayının belirtilen yüzdesini bulmak**

800 sayısının %2' si;

$$\%2 = \frac{2}{100} = 0,02 \Rightarrow 800 \times 0,02 = 16 \text{ olarak bulunur.}$$

- **%1 verilen bir sayının belirtilen bir yüzdesini ve tamamını bulmak**

%1'i 589 olan bir sayının %10'nu =  $589 \times 10 = 5890 \Leftrightarrow \%100'ü = 589 \times 100 = 58900$  olarak bulunur.

- **Yüzdesi verilen bir sayının tamamını (%100'ünü) bulmak**

%360'ı 540 olan sayının tamamını bulalım.

$$\%360'ı 540 \text{ ise } \Rightarrow \%1'i \frac{540}{360} = 1,5 \text{ olur.}$$

%1'i 1,5 olan sayının  $\Rightarrow \%100 ü 1,5 \times 100 = 150$  olur.

Burada; 150 = Temel sayı, %360 = Yüzde oran, 540 = Yüzde payı adı verilir ve

Temel sayı: Yüzde payı/yüzde oran,

Yüzde oran: Yüzde payı/temel sayı,

Yüzde payı: Temel sayı x yüzde oran şeklinde formüle edilir.

➤ **Temel sayıyı bulma**

Yüzdesi verilen bir sayının temel sayısını bulmak için yüzde payı yüzde oranına bölünür.

Temel Sayı = Yüzde payı / Yüzde oranı

**Örnek:** %68'i 272 olan sayının tamamını bulunuz?

YO = %68, YP = 272, TS = ?

Temel Sayı = Yüzde payı / Yüzde oranı

$$\text{Temel sayı} = 272 : \frac{68}{100} \Rightarrow \frac{272}{1} \times \frac{100}{68} = 400$$

➤ **Komisyon hesabı**

Bir alışverişte aracılık eden kişiye “komisyoncu”, komisyoncuya verilen paraya da “komisyon” denir.

**Örnek:** Bir komisyoncu % 8 komisyonla sattığı bir maldan 550 TL komisyon alıyor. Malın satış fiyatını bulunuz.

Satış fiyatının  
%8 kadarı 550 lira ise  
%100 x kadardır. (Doğru Orantı)

$$x = \frac{550 \cdot 100}{8} = 6875 \text{ liradır.}$$

➤ **İskonto (indirim) hesabı**

Bazen satıcılar satışı özendirmek veya iş değiştirmek, malın özürülü olması gibi nedenlerden dolayı normal satış fiyatından indirim yaparlar. Buna “iskonto” denir.

**Örnek:** Bir malın satış fiyatı 120 TL'dir. Bu malın %12 iskontolu fiyatı ne kadardır? Yapılan indirim 120 liranın %12'sidir.

$$120 \times \frac{12}{100} = 14,4 \text{ TL}$$

Malın indirimli fiyatı ise;  $120 - 14,4 = 105,6 \text{ TL}$ 'dir.

## UYGULAMA FAALİYETİ

Tamamı 12,86 m<sup>2</sup> olan bir mutfak dolabının 1 m<sup>2</sup> sinin KDV hariç satış fiyatı 450 TL'dir. Satış anında müşteriye peşin ödeme durumunda %15 iskonto yapılacaktır. Buna göre bu mutfağın peşin fiyatı (%18) KDV dâhil ne kadardır?

Yukarıda verilen oran-orantı konusuna ait uygulama faaliyetini aşağıdaki işlem basamakları ve önerileri dikkate alarak yapınız.

İşlem Basamakları	Öneriler
<p>➤ Öncelikle mutfak dolabının fiyatını bulunuz.</p>	<p>➤ Orantıyı kurunuz.</p> $\frac{1 \text{ m}^2 \text{ si}}{12,86 \text{ m}^2 \text{ si}} = \frac{450 \text{ TL ise}}{X \text{ TL'dir}} \text{ (Doğru Orantı)}$ <p>➤ İçler dışlar çarpımı yapınız.</p> $X = 450 \times 12,86$ <p>➤ X değerini bulunuz.</p> $X = 5787 \text{ TL}$
<p>➤ Peşin iskontolu fiyatı bulunuz.</p>	<p>➤ İskonto miktarını bulunuz.</p> $5787 \times \frac{15}{100} \Rightarrow \frac{86805}{100} \Rightarrow 868,05 \text{ TL}$ <p>➤ Mutfak fiyatından iskontoyu çıkarınız.</p> $5787 - 868,05 = 4918,95 \text{ TL}$
<p>➤ KDV dâhil peşin satış fiyatını bulunuz.</p>	<p>➤ %18 KDV miktarını bulunuz.</p> $4918,95 \times \frac{18}{100} \Rightarrow \frac{88541,10}{100} \Rightarrow 885,411 \text{ TL}$ <p>➤ Mutfak fiyatına KDV miktarını ekleyerek peşin iskontolu satış fiyatını bulunuz.</p> $4918,95 + 885,411 = 5804,361 \text{ TL}$

## KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için **Evet**, kazanamadığınız beceriler için **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
Verilenleri gruplandırdınız mı?		
Bilinmeyen değere “X” dediniz mi?		
Orantının çeşidini belirlediniz mi?		
Orantı çeşidine göre orantıyı kurdunuz mu?		
Bilinmeyen “X” i yalnız bıraktınız mı?		
Dört işlemi yapıp “X” değerini buldunuz mu?		
Yüzde değerini ondalık sayı olarak yazdınız mı?		
Yüzdesi bulunması istenilen sayı ile ondalık sayıyı çarptınız mı?		
Yaptığınız işlemlerin sağlamasını yaptınız mı?		

## DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınızı “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme” ye geçiniz.

## ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyarak doğru seçeneği işaretleyiniz.

- Aşağıdakilerden hangisi  $\frac{3}{5}$  oranına bir orantı oluşturur?  
A)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{10}{15}$   
B)  $\frac{9}{15}$  D)  $\frac{9}{5}$
- 25, 35, 80, 96 sayılarının aritmetik ortalaması aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 59 C) 118  
B) 78 D) 120
- $\frac{32}{40} = \frac{8}{x}$  orantısında x yerine aşağıdaki sayılardan hangisi gelmelidir?  
A) 6 C) 10  
B) 8 D) 12
- Bir kamyon 4 saatte 360 km yol giderse aynı hızla 7 saatte kaç km yol gider?  
A) 205 C) 635  
B) 600 D) 630
- Bir işi 6 işçi 15 günde yaparsa 9 işçi kaç günde yapar?  
A) 22 C) 20  
B) 18 D) 10
- 8 ile 32 sayılarının geometrik ortası aşağıdaki sayılardan hangisidir?  
A) 20 C) 256  
B) 16 D) 40



7. %30'u 720 olan sayının tamamı aşağıdaki sayılardan hangisidir?  
A) 2200 C) 2400  
B) 7200 D) 216
8. Bir komisyoncu % 6 komisyonla sattığı bir maldan 48 TL komisyon alıyor. Malın satış fiyatını bulunuz.  
A) 800 C) 288  
B) 480 D) 960

### DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

# ÖĞRENME FAALİYETİ-5

## AMAÇ

Gerekli bilgiler verildiğinde meslek hesaplarında kullanacağınız trigonometri hesaplarını doğru olarak yapabileceksiniz.

## ARAŞTIRMA

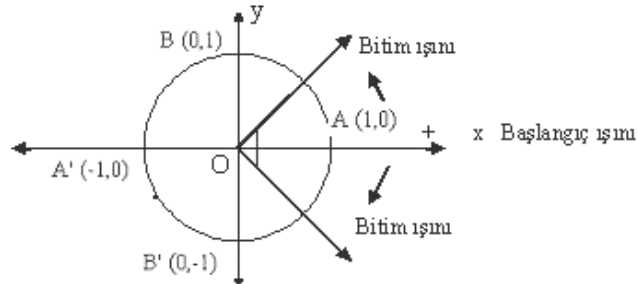
- Meslek hesaplarında trigonometri hesaplarının yeri hakkında öğretmenin rehberliğinde araştırmalar yapınız.
- Topladığınız bilgileri sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

## 5. TRİGONOMETRİ

### 5.1. Açılar

#### 5.1.1. Tanımı

- **Açı:** Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşiminden meydana gelen açıklığa “açı” denir.
- **Yönlü açı:** Bir açının kenarlarından birini başlangıç kenarı diğerini bitim kenarı olarak kabul eden açığa “**yönlü açı**” denir. Analitik düzlemde saatin dönme yönünün tersine pozitif yön, saat dönme yönüne negatif yön denir.
- **Birim çember:** Analitik düzlemde merkezi orijin (0,0) ve yarıçapı bir birim olan çembere “**birim (trigonometrik) çember**” denir (Şekil 5.1).



Şekil 5.1: Birim çember

- **Derece:** Bir çemberin 360 eşit parçasından her birini gören merkez açıya bir derece denir.

$$1 \text{ derece } 60 \text{ dakikadır.} \quad 1^\circ = 60'$$

$$1 \text{ dakika } 60 \text{ saniyedir.} \quad 1' = 60''$$

- **Radyan:** Bir çemberde yarıçap uzunluğundaki bir yayı gören merkez açının ölçüsüne bir radyanlık açı denir.

- **Grad:** Bir çemberin 400 eşit parçasından her birini gören merkez açıya bir gradlık açı denir. Derece, radyan ve grad arasında,

$$360^\circ = 2\pi \text{ radyan} = 400 \text{ grad veya}$$

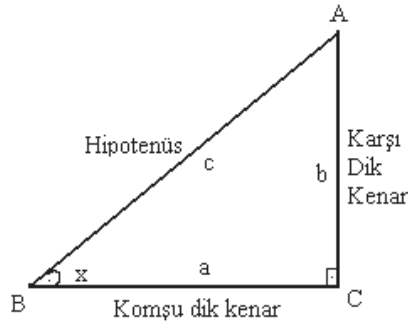
$$180^\circ = \pi \text{ radyan} = 200 \text{ grad bağıntısı vardır.}$$

Buna göre derece D, radyan R, grad G ile gösterilirse aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} = \frac{G}{200}$$

### 5.1.2. Çeşitleri

Çizilen bir dik üçgende bazı özellikleri inceleyelim. Bu özellikler, verilen bir dik üçgende bilinmeyenlerin açı ve kenar bağıntısı kullanılarak bulunması için gereklidir.



**Şekil 5.2: Dik üçgen trigonometrik oranları**

Yukarıda verilen dik üçgenin trigonometrik oranlarını bir örnekle açıklayalım (Şekil 5.2).

$$\sin x = \frac{\text{kar. dik kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos x = \frac{\text{kom. dik kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{a}{c}$$

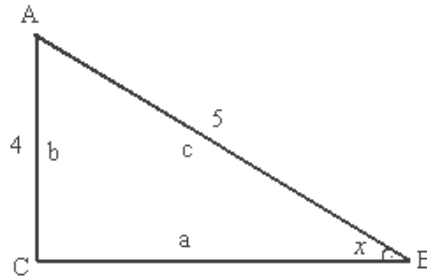
$$\tan x = \frac{\text{kar.dik.k.}}{\text{kom.dik.k.}} = \frac{b}{a} \text{ diğ er bir ifadeyle } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\text{kom.dik.k.}}{\text{kar.dik.k.}} = \frac{a}{b} \text{ diğ er bir ifadeyle } \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

**Örnek:**  $\sin x = \frac{4}{5}$  trigonometrik oranını bir dik üçgen üzerinde gösteriniz.

**Çözüm:**  $\sin x = \frac{\text{kar.dik kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{b}{c}$  trigonometrik oranını kullanalım.

Aşağıdaki dik üçgende, soruda verilen değerlerin yeri şu şekilde olacaktır. Verilen açığa göre karşı dik kenarın değeri “4”, hipotenüsün değeri ise “5” olacaktır (Şekil 5.3).



Şekil 5.3: 3-4-5 dik üçgeni

**Örnek:** Bir dik üçgende  $x$  bir dar açı olmak üzere  $\sin x = \frac{4}{5}$  ve  $\cos x = \frac{3}{5}$  veriliyor.  $\tan x$  ve  $\cot x$  oranlarını yazalım.

**Çözüm:** Soruda verilen “sin  $x$ ” ve “cos  $x$ ” değerlerini,  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$  trigonometrik oranında yerine yazarsak;

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{3} \text{ olur. } \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \text{ olarak bulunur.}$$

### 5.1.3. Özellikleri

Derece (D), Radyan (R) ve Grad (G) arasındaki bağıntı:

$$\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi} = \frac{G}{400} \text{ ifadesi düzenlenirse } \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} = \frac{G}{200} \text{ genel formülü elde edilir.}$$

- **Bir açının esas ölçüsü:** Derece cinsinden bir açının  $360^\circ$  ye bölümünden kalan derece cinsinden esas ölçü, **radyan** cinsinden bir açının  $2\pi$  'ye bölümünden kalan radyan cinsinden esas ölçü, **grad** cinsinden bir açının 400'e bölümünden kalan grad cinsinden esas ölçü adını alır.

Esas ölçü negatif bir değer alamaz. Negatif yönlü açılarda esas ölçüleri, pozitif yönlü gibi düşünülüp kalanın  $360$ 'tan çıkarılmasıyla da bulunabilir.

**Örnek:**  $-30^\circ$  nin esas ölçüsünü bulunuz.

**Cevap:**  $360 - 30 = 330^\circ$

**Örnek:**  $-340^\circ$  nin esas ölçüsünü bulunuz.

**Cevap:**  $360 - 340 = 20^\circ$

**Örnek:** 169475 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika, kaç saniye eder?

**Cevap:**

$$\begin{array}{r|l} 169475 & 3600 \\ 14400 & 47 \text{ (derece)} \\ \hline 25475 & \\ 25200 & \\ \hline 275 & \text{(saniye)} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 275 & 60 \\ 240 & 4 \text{ (dakika)} \\ \hline 35 & \text{(saniye)} \end{array}$$

Buna göre:  $169475'' = 47^\circ 4' 35''$  eder.

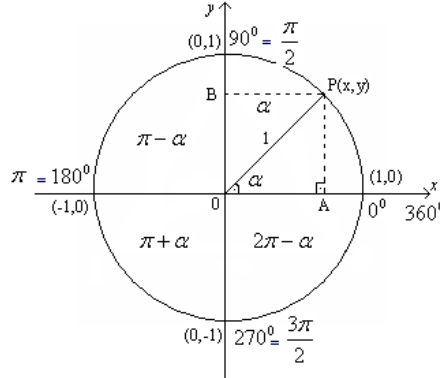
## 5.2. Trigonometrik Bağlılıklar

### 5.2.1. Tanımı

Trigonometri (trigonometry) Latince kökenli olup tri (üç), gonon (kenar) ve metry (ölçüm) kelimelerinin birleşiminden oluşmuş bir matematik terimidir. Kısaca "üçgen ölçümü" diyebiliriz.

## 5.2.2. Çeşitleri

Genel olarak trigonometrik bağıntıların oluşması için birim çember gerekmektedir. Merkezi başlangıç noktasında ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember ya da trigonometri çemberi denir (Şekil 5.4).



Şekil 5.4: Birim çember

$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ , x eksen, kosinüs eksen,  $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ , y eksen, sinüs eksenidir.

➤  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  olmak üzere;

Birbirini  $90^\circ$  ye bağlayan iki açıdan birinin sinüsü, diğerinin kosinüsüne eşittir.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha, \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha, \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

➤  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$  olmak üzere;

$$\begin{aligned} \sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha, & \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha, & \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha, & \tan(\pi + \alpha) &= \tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) &= -\cot \alpha, & \cot(\pi + \alpha) &= \cot \alpha \end{aligned}$$

$\frac{\pi}{2} - \alpha$  = ifadesi  $\frac{180}{2} - \alpha$  anlamında,  $\pi - \alpha$  = ifadesi  $180 - \alpha$  anlamında,  $\pi + \alpha$  ifadesi de  $180 + \alpha$  anlamında kullanılmaktadır.  $\alpha$  = ise verilen herhangi bir açının ifadesidir.

**Örnek:**  $\sin 30 = \cos 60 = \frac{1}{2}$

**Örnek:**  $\sin 45 = \cos 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin \hat{A} + \cos \hat{A} = 1$  dir.  $\tan \hat{A}, \cot \hat{A} = 1$ 'dir.

- **Birbirini  $90^\circ$  ye bağlayan iki açıdan birinin tanjantı, diğerinin kotanjantına eşittir.**

$\tan \hat{A} = \cot (90-\hat{A})$

**Örnek:**  $\tan 60 = \cot 30 = \sqrt{3}$

**Örnek:**  $\tan 45 = \cot 45 = 1$

**Örnek:**  $\sin 150^\circ = \sin(\pi-30) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

**Örnek:**  $\cos 120^\circ = \cos(\pi-60) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$

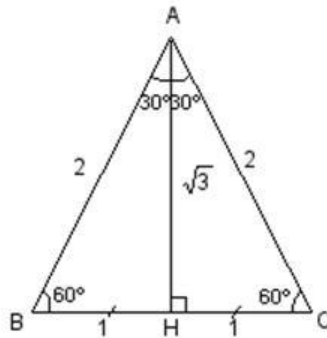
**Örnek:**  $\cos(-45) = \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Örnek:**  $\tan(3\pi/4) = -\tan(45^\circ) = -1$

**Örnek:**  $\tan 855^\circ = \tan 135^\circ = \tan(\pi-45) = -\tan 45^\circ = -1$

- **$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  nin trigonometrik oranlarını bir örnekle açıklayalım.**

ABC eşkenar üçgeninde  $|AB|=2$  br,  $|AH|$  yükseklik olmak üzere AHC üçgeninde (Şekil 5.5);



Şeki 5.5: Eşkenar üçgen

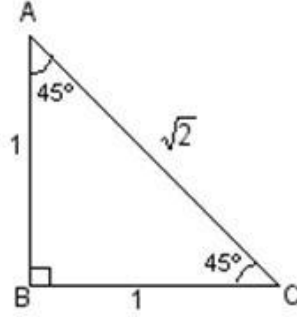
$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \cot 30^\circ$

$\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ$

- ABC ikizkenar dik üçgeninde trigonometrik oranlarını bir örnekle açıklayalım (Şekil 5.6).



Şekil 5.6: İkizkenar üçgen

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$$

### 5.2.3. Özellikleri

$(0 \leq \alpha \leq 90) \Rightarrow 1) 0 \leq \sin \alpha \leq 1$  açı büyüdükçe sinüsü de artar.

$(0 \leq \alpha \leq 90) \Rightarrow 2) 0 \leq \cos \alpha \leq 1$  açı büyüdükçe kosinüs azalır.

Kosinüs ve sinüs değerleri -1 ile 1 arasında değişir. Açı büyüdükçe sinüs artar. Açı küçüldükçe kosinüs azalır.

### 5.2.4. Kullanıldığı Yerler

Trigonometrik bağıntıların kullanımı oldukça fazladır. Yapı işleri alanında, mimaride, mühendislikte, haritacılık işlerinde, keşif ve metraj hesaplamalarında, plan ve proje uygulamalarında vb. trigonometrik bağıntıların üçgende trigonometrik oranlar, trigonometrik bağıntılar, sinüs, kosinüs, tanjant teoremleri, açı ve ölçü birimleri gibi konuları kullanılmaktadır.

Trigonometriyi ayrıca denizciler yön bulmada, fizikçiler ses, ışık ve diğer dalgalanma hareketlerinde, gök bilimciler uzaydaki cisimlerin uzaklığını hesaplamada kullanırlar.



## 5.3. Trigonometrik Hesaplar

### 5.3.1. Tanımı

Trigonometriyi kısaca üçgenin açılarıyla kenarları arasındaki bağıntıyı inceleyen bir bilim dalıdır, diye de tanımlayabiliriz.

Trigonometrik hesapların yapılabilmesi için gerekli olan bağıntı, oran ve teoremlerin bilinmesi gerekmektedir.

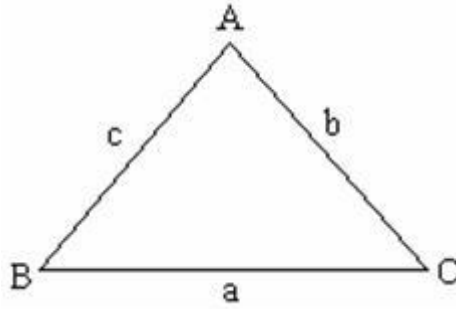
### 5.3.2. Metotları

Üçgende temel trigonometrik bağıntılar;

- $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha \times \cot \alpha = 1$

bağıntılarıdır.

- **Kosinüs teoremi:** Bir  $\hat{A}BC$  üçgeninin kenarları ile açıları arasında aşağıdaki bağıntılar vardır (Şekil 5.7):



Şekil 5.7: Kosinüs teoremi

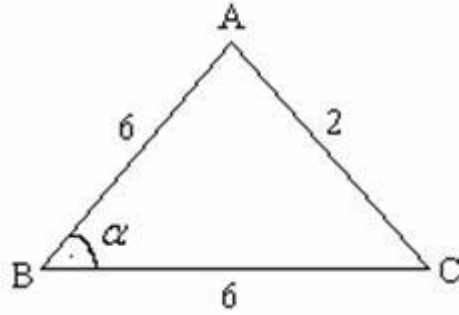
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

eşitlikleri geçerlidir.

**Örnek:** Şekil 5.8'deki ABC üçgeninde  $|AB| = |BC| = 6$  cm,  $|AC| = 2$  cm olduğuna göre,  $\cos \alpha$ 'nın değeri nedir?



Şekil 5.8:  $\cos \alpha$  değeri

**Çözüm:** Verilen üçgene kosinüs teoremini uygulayalım.

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$ 'den soruda verilen  $b=2$ ,  $a=6$ ,  $c=6$  değerlerini yerine yazalım.

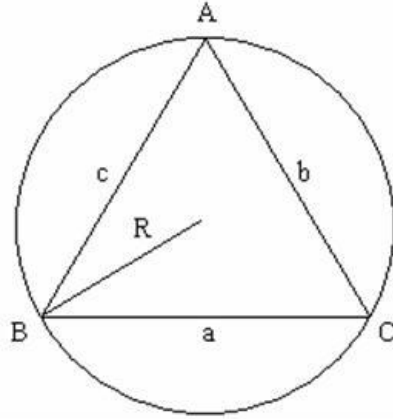
$$2^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow 4 = 36 + 36 - 72 \cos \alpha \Rightarrow 4 = 72 - 72 \cos \alpha \Rightarrow$$

$$72 \cos \alpha = 72 - 4 \Rightarrow 72 \cos \alpha = 68$$

$$\cos \alpha = \frac{68}{72} \text{ sadeleşirse } \cos \alpha = \frac{17}{18} \text{ olarak bulunur.}$$

➤ **Sinüs teoremi:** Bir  $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$  üçgeninde kenarlar, karşısındaki açılarının sinüsleri ile orantılı olup bu oran çevrel çemberin çapına eşittir. Bağlantı aşağıda çıkarılmıştır. Şekil 5.9 ABC üçgeninde;

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ bağıntısı vardır.}$$



Şekil 5.9: Sinüs teoremi

**Örnek:** Bir ABC üçgeninde  $a=1\text{cm}$ ,  $\hat{A}=150^\circ$  olduğuna göre bu üçgenin çevrel çemberinin yarıçapı kaç birimdir?

**Cözüm:** Soruda  $a=1\text{ cm}$  uzunluğu ve  $\hat{A}=150^\circ$  açısı verilmiştir. ABC üçgeninde sinüs teoremini uygulayalım.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ Sinüs teoreminde}$$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \text{ bağıntısını kullanalım. } a=1 \text{ cm ve } \sin \hat{A} = 150^\circ, \sin 150^\circ = \sin 30^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{1}{\sin 150} = 2R \Rightarrow \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2R$$

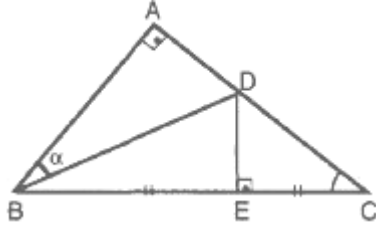
$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2R \Rightarrow 1 \cdot \frac{2}{1} = 2R \Rightarrow 2 = 2R \Rightarrow R = 1 \text{ olarak bulunur.}$$

Bazı açıların trigonometrik oranları Tablo 5.1’de verilmiştir.

Açı	0	30	45	60	90	180	270	360
sin	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0	-1	0
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	-1	0	1
tan	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	Tanımsız	0	Tanımsız	0
cot	Tanımsız	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	0	Tanımsız	0	Tanımsız

Tablo 5.1: Bazı açıların trigonometrik oranları

## UYGULAMA FAALİYETİ



Şekildeki ABC dik üçgeninde  $[AB] \perp [AC]$  ve  $[DE] \perp [BC]$   $|EB|=|EC|$  olup  $\tan \hat{A}BC = \tan \alpha = 0,75$  ise  $\tan \hat{A}C$  nedir?

Yukarıda verilen trigonometri konusuna ait uygulama faaliyetini aşağıdaki işlem basamakları ve önerileri dikkate alarak yapınız.

İşlem Basamakları	Öneriler
<p>➤ Tangent teoremini <math>\alpha</math> açısına uygulayınız.</p>	<p>➤ Tangent teoremini hatırlayınız.</p> <p>➤ <math>\tan \alpha</math> değerinden faydalanarak <math>[AB]</math> ve <math>[AD]</math> kenarlarını bulunuz.</p> $\tan \alpha = 0,75 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{75}{100} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4}$
<p>➤ Üçgenin kenarlarını bulunuz.</p>	<p>➤ <math>\triangle BAD</math> üçgeninin kenar ölçülerini bulunuz.</p> <p>➤ 3-4-5 Dik üçgeninden faydalanınız.</p> <p>➤ <math>\triangle BAC</math> üçgeninde <math>[DE]</math> yükseklik ve kenarortay ise söz konusu üçgen ikizkenar bir üçgendir.</p> <p>➤ <math>\triangle BAC</math> üçgeninin kenar ölçülerini bulunuz.</p>

<p>➤ Tangent teoremini C açısına uygulayınız.</p>	<p>➤ C açısı için tangent teoremini yazınız.  ➤ Değerleri yerine yerleştiriniz.  ➤ tan C'yi bulunuz.  ➤ İşlemin sağlamasını yapınız.</p> $\tan C = \frac{ AB }{ AC } = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
---	---

## KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için **Evet**, kazanamadığınız beceriler için **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

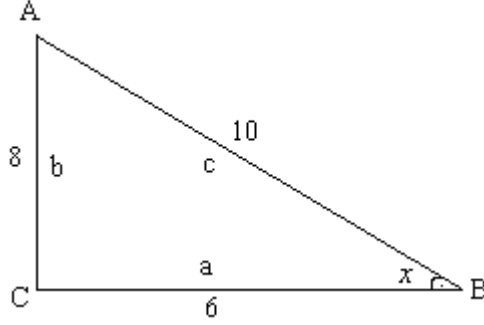
Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. Verilenleri gruplandırdınız mı?		
2. Sinüs teoremini uyguladınız mı?		
3. Cosinüs teoremini uyguladınız mı?		
4. Tangent teoremini uyguladınız mı?		
5. Cotangent teoremini uyguladınız mı?		
6. İşlemlerin sağlamasını yaptınız mı?		

## DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme” ye geçiniz.

## ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyarak doğru seçeneği işaretleyiniz.



Şekil 5.10

- Şekil 5.10'daki Sin x değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{6}{8}$       B)  $\frac{8}{10}$       C)  $\frac{6}{10}$       D)  $\frac{8}{6}$
- Şekil 5.10'daki Cos x değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{6}{8}$       B)  $\frac{8}{10}$       C)  $\frac{8}{6}$       D)  $\frac{6}{10}$
- Şekil 5.10'daki Tan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{6}{8}$       B)  $\frac{8}{10}$       C)  $\frac{8}{6}$       D)  $\frac{6}{10}$
- $(-330^\circ)$  nin esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 30      B) 40      C) 50      D) 60
- Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?  
A)  $\sin 30 = \cos 30$       C)  $\sin 30 = \cos 60$   
B)  $\sin 30 = \sin 60$       D)  $\sin 60 = \cos 60$

6.  $\cos 120^\circ$  ifadesinin eşdeğeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\cos (\pi-120)$  C)  $\cos (\pi+60)$   
B)  $\cos (\pi+120)$  D)  $\cos(\pi-60)$
7. Bir ABC üçgeninde  $a=6\text{cm}$ ,  $\hat{A}=30^\circ$  olduğuna göre bu üçgenin çevrel çemberinin yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10

### DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise “Modül Değerlendirme”ye geçiniz.

# MODÜL DEĞERLENDİRME

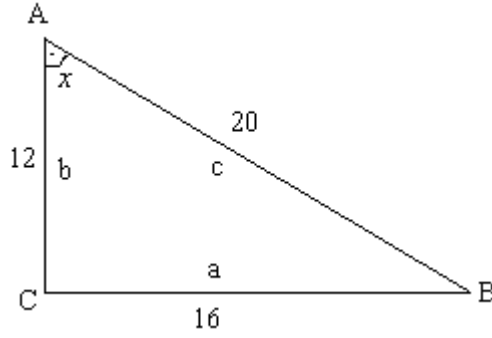
Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyarak doğru seçeneği işaretleyiniz.

- Doğal sayılar kümesi ile tam sayılar kümesinin farklı tarafı nedir?  
A) Tam sayıların kümesinin  $\frac{a}{b}$  şeklindeki sayılarına kapsamiş olması  
B) Doğal sayıların kümesinin  $(9-4i, 6-2i, 4+2i$  vb.) sayılarına kapsamiş olması  
C) Tam sayıların kümesinin  $(\sqrt{47}, \sqrt{19}, \sqrt{357}, )$  vb. sayıları kapsam  
D) Tam sayıların kümesinin  $(-650, -754, -156, -6, vb.)$  sayılarına kapsamiş olması
- $(\frac{2\pi}{3}, \sqrt{2} + \sqrt[3]{49}, \sqrt{\frac{4}{9}}, \frac{2}{4}, vb.)$  sayılar, aşağıdaki sayı kümelerinden hangisine aittir?  
A) Doğal sayılar  
B) Tam sayılar  
C) Karmaşık sayılar  
D) Reel (gerçek) sayılar
- $(-15)+(14-29)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 0  
B) 30  
C) -30  
D) 45
- $(84:12-27).((-9.4)+16)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 40  
B) 400  
C) -400  
D) 1040
- 10 ile 29 arasında kaç doğal sayı vardır?  
A) 18  
B) 10  
C) 29  
D) 39
- Aşağıdaki ondalık sayılardan hangisi rasyonel sayıya çevrilebilir?  
A) 17,12536  
B) 35,26975  
C) 44,13  
D) 235,974532
- $1,7\overline{87}$  ondalık sayısının rasyonel hâli aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{1700}{990}$   
B)  $\frac{1770}{990}$   
C)  $\frac{1787}{900}$   
D)  $\frac{1770}{1000}$
- 0,868 0,867 3,55 3,75 ondalık sayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $0,867 > 0,868 > 3,55 > 3,75$   
B)  $3,75 > 3,55 > 0,867 > 0,868$   
C)  $3,75 < 3,55 < 0,868 < 0,867$   
D)  $3,75 > 3,55 > 0,868 > 0,867$
- Aşağıdaki denkliklerden hangisi eşittir?  
A)  $8,78 = 8,7800$   
B)  $5,05 = 15,005$   
C)  $(0,002 = 0,02)$   
D)  $(305,004 = 30,5004)$



10.  $(3,76:2) \cdot (5,15+4,85)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?  
 A) 1,88                      B) 18,8                      C) 188                      D) 0,188
11.  $\left(\frac{4}{3} - \frac{6}{15}\right) : \left(\frac{5}{12} + \frac{7}{3}\right)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $\frac{168}{180}$                       B)  $\frac{14}{15}$                       C)  $\frac{495}{168}$                       D)  $\frac{168}{495}$
12.  $\frac{a+15}{20}$  kesrinin basit kesir olabilmesi için "a"nın alabileceği sayılar kümesi nedir?  
 A) (1,2,3,5)                      B) (1,2,3,4,5)                      C) (0,1,2,3,4,5)                      D) (5,6,7,8)
13.  $\frac{12}{7} \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $\frac{82}{100}$                       B)  $\frac{280}{200}$                       C)  $\frac{210}{288}$                       D)  $-\frac{288}{210}$
14. Aşağıdakilerden hangisi bileşik kesirdir?  
 A)  $\frac{25}{456}$                       B)  $\frac{235}{57}$                       C)  $\frac{2}{4}$                       D)  $\frac{97}{98}$
15.  $\frac{5}{8}, \frac{14}{5}, \frac{77}{40}$  kesirlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $\frac{14}{5} > \frac{77}{40} > \frac{5}{8}$                       C)  $\frac{77}{40} > \frac{5}{8} > \frac{14}{5}$   
 B)  $\frac{77}{40} > \frac{14}{5} > \frac{5}{28}$                       D)  $\frac{14}{5} < \frac{77}{40} < \frac{5}{8}$
16. Aynı büyüklükteki 5 musluk boş bir havuzu 14 saatte doldurursa aynı büyüklükteki 7 musluk aynı havuzu kaç saatte doldurur?  
 A) 10                      B) 17                      C) 20                      D) 22
17. 9 ile 36 sayılarının geometrik ortası aşağıdakilerden hangisidir?  
 A) 10                      B) 15                      C) 18                      D) 22
18.  $\frac{7}{5} = \frac{42}{x} \Rightarrow$  orantısında "x" ne olmalıdır?  
 A) 30                      B) 25                      C) 15                      D) 21
19. Bir malın satış fiyatı 25 YTL'dir.. Bu malın % 8 iskontolu fiyatı ne kadardır?  
 A) 2                      B) 31                      C) 20                      D) 23

20.  $-315^\circ$ 'nin esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 315      B) 15      C) 45      D) 60
21. 155467 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika, kaç saniye eder?  
A)  $43^0 11' 7''$       B)  $45^0 21' 17''$       C)  $40^0 30' 21''$       D)  $43^0 7' 11''$
22. Aşağıdaki açılardan hangisi  $\sin 135^\circ$  ye eşittir?  
A)  $\cos 135$       B)  $\cos 45$       C)  $\tan 135$       D)  $\sin 45$



23 ve 24. soruları yukarıdaki şekle göre cevaplayınız.

23.  $\tan x$  değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{16}{20}$       B)  $\frac{12}{20}$       C)  $\frac{16}{12}$       D)  $\frac{12}{16}$
24.  $\frac{\tan x}{\sin x}$  değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{16}{20}$       B)  $\frac{12}{20}$       C)  $\frac{16}{12}$       D)  $\frac{20}{12}$

## DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki “Uygulamalı Test”e geçiniz.

## UYGULAMALI TEST

Öğretmeninizin vereceği matematiksel temel işlemleri ve ondalık kesirli oran-orantı trigonometri hesaplarını yapınız.

## KONTROL LİSTESİ

Bu modül kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için **Evet**, kazanamadığınız beceriler için **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. İşlem için verilen değerleri yerine yerleştirdiniz mi?		
2. İşleme önce parantez içinden başladınız mı?		
3. Öncelikle çarpma ve bölme işlemlerini yaptınız mı?		
4. Çarpma ve bölme işlemlerini yaparken (-) ve (+) işaretlerine dikkat ettiniz mi?		
5. Toplama ve çıkarma işlemlerini yaptınız mı?		
6. Toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken (-) ve (+) işaretlerine dikkat ettiniz mi?		
7. Rasyonel sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken paydaları eşitlediniz mi?		
8. Bilinmeyen değere “X” dediniz mi?		
9. Orantının çeşidini belirlediniz mi?		
10. Orantı çeşidine göre orantıyı kurdunuz mu?		
11. Bilinmeyen “X” i yalnız bıraktınız mı?		
12. Dört işlemi yapıp “X” değerini buldunuz mu?		
13. Yüzde değerini ondalık sayı olarak yazdınız mı?		
14. Yüzdesi bulunması istenilen sayı ile ondalık sayıyı çarptınız mı?		
15. Sinüs teoremini uyguladınız mı?		
16. Cosinüs teoremini uyguladınız mı?		
17. Tangent teoremini uyguladınız mı?		
18. Cotangent teoremini uyguladınız mı?		

## DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetlerini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise bir sonraki modüle geçmek için öğretmenimize başvurunuz.

# CEVAP ANAHTARLARI

## ÖĞRENME FAALİYETİ-1'İN CEVAP ANAHTARI

1.	D
2.	A
3.	D
4.	B
5.	B
6.	C
7.	A
8.	C

## ÖĞRENME FAALİYETİ-2'NİN CEVAP ANAHTARI

1.	C
2.	A
3.	D
4.	C
5.	B
6.	C
7.	A

## ÖĞRENME FAALİYETİ-3'ÜN CEVAP ANAHTARI

1.	A
2.	C
3.	B
4.	D
5.	C
6.	B
7.	D
8.	A

## ÖĞRENME FAALİYETİ-4'ÜN CEVAP ANAHTARI

1.	B
2.	A
3.	C
4.	D
5.	D
6.	B
7.	C
8.	A

## ÖĞRENME FAALİYETİ-5'İN CEVAP ANAHTARI

1.	B
2.	D
3.	C
4.	A
5.	C
6.	D
7.	B

## MODÜL DEĞERLENDİRMENİN CEVAP ANAHTARI

1.	D
2.	D
3.	B
4.	B
5.	A
6.	C
7.	B
8.	D
9.	A
10.	B
11.	D
12.	C
13.	D
14.	B
15.	A
16.	A
17.	C
18.	A
19.	D
20.	C
21.	A
22.	D
23.	C
24.	D

## KAYNAKÇA

- ERTEM Şevket, Mustafa ÖZKAN, Vedat YILDIZ, **ÖSS – ÖYS Matematik**, Final yayınları, Sanem Matbaacılık, Ankara, Ekim 1993.
- GÜNDOĞAN Elife, Hidayet DURUCAN, Süleyman BAYRAM, **İlköğretim Matematik 6 Ders Kitabı**, Özgün Matbaacılık Sanayi ve Ticaret AŞ, Ankara, 2000.
- HACISALİHOĞLU Hilmi, **Lise 1 Matematik**, Serhat Yayınları, İstanbul, 2002.
- KAYA Ali Rifat, Musa SALMAN, **İlköğretim Matematik 8 Ders Kitabı**, Taş Kitapçılık ve Yayıncılık, İstanbul, 2004.