

**T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI**

İNŞAAT TEKNOLOJİSİ

AĞIRLIK MERKEZİ

Ankara, 2014

- Bu modül, mesleki ve teknik eğitim okul/kurumlarında uygulanan Çerçeve Öğretim Programlarında yer alan yeterlikleri kazandırmaya yönelik olarak öğrencilere rehberlik etmek amacıyla hazırlanmış bireysel öğrenme materyalidir.
- Millî Eğitim Bakanlığınca ücretsiz olarak verilmiştir.
- **PARA İLE SATILMAZ.**

İÇİNDEKİLER

AÇIKLAMALAR	iii
GİRİŞ	1
ÖĞRENME FAALİYETİ -1	3
1. YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZLERİ	3
1.1. Yer Çekimi.....	3
1.2. Ağırlık Merkezi.....	4
1.2.1. Basit Geometrik Şekillerin Ağırlık Merkezi.....	5
1.2.2. Kare ve Dikdörtgenin Ağırlık Merkezi.....	6
1.2.3. Üçgenin Ağırlık Merkezi	7
1.2.4. Çeyrek Dairenin Ağırlık Merkezi	8
1.2.5. Yarım Dairenin Ağırlık Merkezi	9
1.2.6. Dairenin Ağırlık Merkezi	9
1.3. Birleşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi	10
1.4. Birleşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezlerinin Hesaplanması.....	10
UYGULAMA FAALİYETİ	15
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	17
ÖĞRENME FAALİYETİ - 2.....	18
2. CİSİMLERİN VE YAPI ELEMANLARININ AĞIRLIK MERKEZLERİ.....	18
2.1. Cisimlerin Ağırlık Merkezleri.....	18
2.2 Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezlerinin Hesaplanması.....	20
2.3. Birleşik Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezlerinin Hesaplanması	23
UYGULAMA FAALİYETİ	28
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	30
MODÜL DEĞERLENDİRME	31
CEVAP ANAHTARLARI.....	34
KAYNAKÇA	35

AÇIKLAMALAR

ALAN	İnşaat Teknolojisi/Teknolojileri
DAL/MESLEK	İnşaat Teknolojisi Dal Ortak
MODÜLÜN ADI	Ağırlık Merkezi
MODÜLÜN TANIMI	Basit, birleşik ve karışık şekillerin ağırlık merkezlerinin fizik ve matematik kurallarına göre hesaplarının yapılması hakkında bilgilerin kazandırıldığı bir öğrenme materyalidir.
SÜRE	40/32
ÖN KOŞUL	Bu modülün ön koşulu yoktur.
YETERLİK	Ağırlık merkezi hesapları yapmak
MODÜLÜN AMACI	Genel Amaç Gerekli ortam sağlandığında; ağırlık merkezi hesaplarını matematik ve fizik teoremlerine göre yapabileceksiniz. Amaçlar <ol style="list-style-type: none">1. Cisimlerin ağırlık merkezlerini hesaplayabileceksiniz.2. Yapı elemanlarının ağırlık merkezlerini hesaplayabileceksiniz.
EĞİTİM ÖĞRETİM ORTAMLARI VE DONANIMLARI	Ortam : Atölye, sınıf ve fizik laboratuvarı. Donanım: Gönye, paralel cetvel, ‘T’ cetveli, resim kalemi, silgi, çizim kâğıdı, yapıştırıcı bant, fonksiyonlu hesap makinesi.
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	Modül içinde yer alan her öğrenme faaliyetinden sonra verilen ölçme araçları ile kendinizi değerlendireceksiniz. Öğretmen modül sonunda ölçme aracı kullanarak modül uygulamaları ile kazandığınız bilgi ve becerileri ölçerek sizi değerlendirecektir.

GİRİŞ

Sevgili Öğrenci,

Yer çekimi kanunu bilim dünyasında kesin ve net olarak kabul edilmiş bir kanundur. Dünyamızdaki her canlı veya cansız varlık için geçerli olan bir kanundur. Yer çekimi kanununun yanında denge kanununun da önemi büyüktür. Evrende her cisim dengededir. Cisimlerin dengede olması belli bir düzene göre sıralanmıştır. Öncelikli olarak dünyamızda bulunan yer çekimi kuvveti denge ile beraber çalışarak bu düzeni oluşturur. En son olarak da cisimler kendi ağırlık merkezlerinde dengede kalırlar.

Bu modülde sizlere cisimlerin ağırlık merkezleri ile ilgili bilgiler sunulacaktır.

ÖĞRENME FAALİYETİ-1

AMAÇ

Bu faaliyette verilecek bilgiler doğrultusunda, gerekli ortam sağlandığında, yüzeylerin ağırlık merkezlerini kurallarına uygun hesaplayabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Yer çekimi kuvveti olmasaydı dünyamızda nasıl bir hayat olurdu? Sorusunu sınıfınızda arkadaşlarınızla tartışınız.
- Geometrik şekillerin neler olduğunu araştırınız.
- Basit geometrik şekillerin alan hesaplarının nasıl yapıldığını araştırınız.

1. YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZLERİ

1.1. Yer Çekimi

Bu kuvvet algılayabildiğimiz tek kuvvet olmasına rağmen, aynı zamanda da hakkında en az bilgi sahibi olduğumuz kuvvettir. Yer çekimi olarak bildiğimiz bu kuvvetin gerçek adı “kütle çekim kuvveti”dir. Şiddeti diğer kuvvetlere göre en düşük kuvvet olmasına rağmen, çok büyük kütlelerin birbirini çekmelerini sağlar.

Basit bir tanımlamayla yer çekimi, yeryüzündeki cisimleri yere doğru çeken kuvvettir. Başka türlü söylemek gerekirse dünyayı ve diğer gezegenleri güneşin çevresindeki hareket ettikleri yolda tutan, bunu sağlayan kuvvet “yer çekimi kuvveti” dir.

Bilindiği gibi, havada serbest bırakılan her cisim yere düşer. Bu düşmeye sebep olan da, yukarıda belirttiğimiz gibi yer çekimi kuvvetinden başka bir şey değildir. Cisimlerin ağır ya da hafif olduklarını söylediğimiz zaman, aslında arzın onları daha büyük veya daha az bir kuvvetle çekmesi söz konusudur. Her cismin diğer cisimler üzerinde belirli bir çekimsel kuvveti vardır. Bu çekim kuvveti, söz konusu cisimlerin kütlesine ve birbirine olan mesafesine bağlıdır. Cisimler ağırlaştıkça ve aralarındaki mesafe azaldıkça cisimlerin birbirleri üzerindeki çekim kuvveti büyür. Astronomlar ve bilim adamları, gökyüzündeki cisimlerin (ay, gezegenler, vs.) buldukları durumda düşmeksizin kalmalarını bu kanunla açıklamaktadırlar. Her cisme etki yapan yer çekimi kuvveti eşit değildir. Bir cismin düşmesini önlemek, o cismi etkileyen yer çekimi ivmesine eşit, ancak zıt yönlü başka bir kuvvetin etkisiyle mümkün olabilir. Yer çekimi ivmesi sabit (değişmez) bir değerdir. Bir cismin kütlesi ile yer çekimi ivmesinin çarpılması sonucu, o cismin ağırlığı bulunur. Yer çekimi ivmesi dünyanın hemen her tarafında 980 cm/ sn^2 'dir. Ekvatorun kutuplara doğru

gidildikçe bu ivme biraz artar. Dolayısıyla, aynı cisim ekvator ve kutuplarda tartılacak olursa cismin ağırlığının farklı olduğu görülecektir.

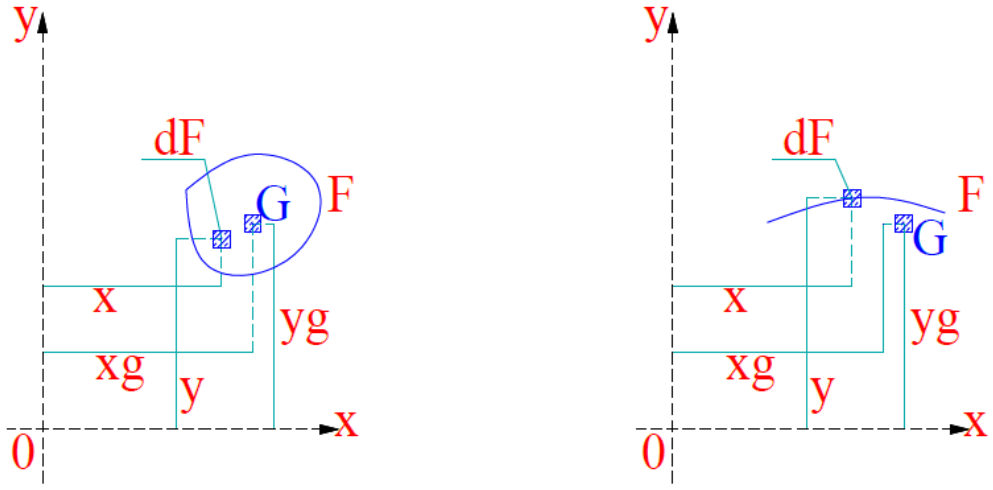


Şekil 1.1: Yer çekimi

Yer çekimi olmasaydı dünyada yaşam olmazdı ya da tıpkı uzay gemileriyle yolculuk yapan insanların yaşadığı yer çekimsiz ortam nedeniyle her şey çok farklı olurdu. Muhtemelen insanın yapısı da farklılaşır. Bugünkü gibi konutlar, yollar ulaşım araçları, iş ve eğitim yaşamı yerine uzayda kurulan uzay üslerindeki gibi özel ortamlar oluşturulup buralarda yaşanır. Ama unutmayın ki yer çekimsiz ortam sadece insanları değil bütün hayatı ve dolayısıyla onların kullandığı eşyaları da etkilerdi. Hayat olabilmesi için hava, su vb. gerekenler de olamayacağı için; kısacası insanların yaşayabileceği bir ortam olmazdı ve belki de insanlar olmazdı.

1.2. Ağırlık Merkezi

Bir cisim meydana getiren küçük parçacıklara etki eden yer çekimi kuvvetlerinin bileşkesinin, cisim üzerindeki uygulama noktasına o cismin ağırlık merkezi denir. Herhangi bir yüzey veya eğri alalım. Aşağıdaki şekli sonsuz derecede küçük parçalarına bölelim. Yüzeyi bir koordinat sistemine oturtalım. En küçük alandan koordinat sistemine bir paralel çizelim. Her minimum alan için aynı şeyleri tekrar ettiğimizde paralellerin kesiştiği nokta, o yüzeyin ağırlık merkezidir.



Şekil 1.2: Ağırlık merkezinin koordinat sisteminde gösterilmesi

1.2.1. Basit Geometrik Şekillerin Ağırlık Merkezi

Basit geometrik şekiller kare, dikdörtgen, üçgen, daire, yarım daire, çeyrek daire gibi şekillerdir. Her şeklin kendine göre bir ağırlık merkezi ve hesaplama biçimi vardır. Bir şeklin hesap yoluyla ağırlık merkezini bulmak için basit bir tablo oluşturulur. Bu tabloya, koordinat sistemindeki yerleşime göre x ve y uzaklıkları ile basit şekillerin alanları (F) yazılır.

	x	y	F
1			
2			
3			
4			
n			

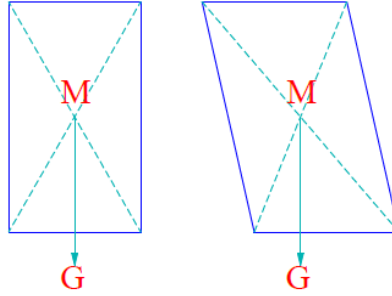
y eksenine uzaklığı
 x eksenine uzaklığı
 Yüzeyin alanı

Tablo 1.1: Ağırlık merkezi hesap tablosu

1.2.2. Kare ve Dikdörtgenin Ağırlık Merkezi

Kare, geometrik şekiller arasında en çok bilinenlerden biridir. Hayatımızda da kimi zaman kullandığımız bu terim genellikle geometri ve matematik alanlarında kullanılmaktadır. Eski dilde murabba olarak da bilinir. Kare diye tabir ettiğimiz geometrik şeklin ayırt edici özellikleri arasında en belirgin olanı, bütün kenar uzunluklarının eşit ve bütün açılarının 90 derece olmasıdır. Bütün kenar uzunluklarının eşit olmasından dolayı kareye eşkenar dörtgen de denilir. Bir kare aynı zamanda düzgün çokgendir.

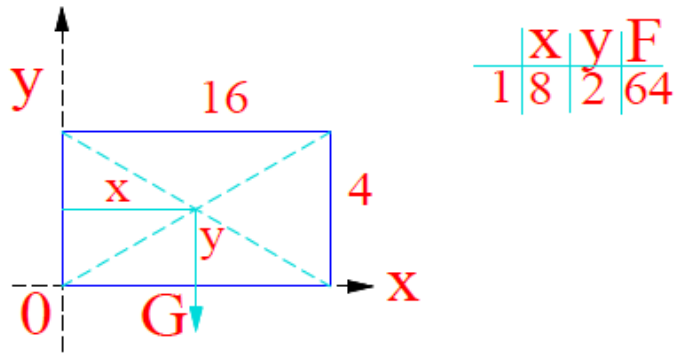
Kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenarlarda ağırlık merkezi köşelerinin kesiştiği noktalardır.



Şekil 1.3: Paralel kenarların ağırlık merkezi

Paralel kenarlı basit şekillerin ağırlık merkezi şu şekilde bulunur.

Ağırlık merkezi hesaplanacak olan paralel kenar öncelikli olarak koordinat sistemine yerleştirilir. Paralel kenarın köşelerinden hafif çizgiler çekilir. Köşelerden çekilen çizgilerin kesişim noktası işaretlenir ve koordinat sistemine yerleştirilen paralel kenarın ölçüleri doğrultusunda kesişim noktasının değerleri hesaplanarak çizelgeye yazılır.



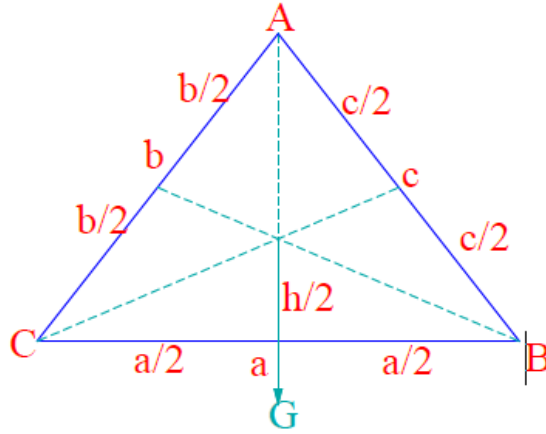
Şekil 1.4: Paralel kenarın koordinat sistemine yerleştirilmesi ve değerlerin tabloya yazılması

Şekil 1.4'te görüldüğü gibi yerleştirilen paralel kenarın ağırlık merkezi G ile belirtilmiştir. G noktasının x ve y uzunlukları da yine bu koordinat sisteminden yararlanılarak bulunur.

1.2.3. Üçgenin Ağırlık Merkezi

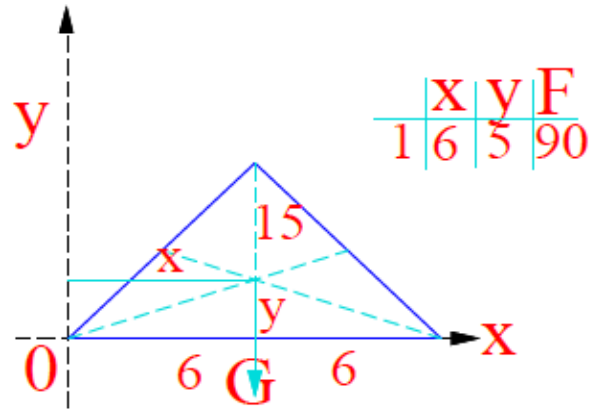
Üçgen, geometrinin temel şekillerinden biridir. Bir üçgenin üç köşesi ve bu köşeleri birleştiren, doğru parçalarından oluşmuş, üç kenarı vardır. Üçgene, aynı doğru üzerinde olmayan üç noktayı birleştiren doğru parçalarından meydana gelen geometrik şekil de denir. Bu noktalara köşe, doğru parçalarına kenar ve kenarlar arasındaki açılara iç açı denir. Bir kenarla diğer bir kenarın köşeden dışarı taşan uzantısı arasında kalan açığa da dış açı denir. Üçgenin herhangi bir kenarı taban olabilir. Tabanın karşısındaki köşeye tepe, açısına da tepe açısı denir. Tepe noktasından tabana çizilen dik doğru parçasına ise yükseklik denir. Bir kenarın orta noktasını karşısındaki köşeye birleştiren doğru parçasına kenarortay, açıları ikiye bölen doğrulara ise açıortaylar denir.

Üçgenin ağırlık merkezi kenar ortaylarının kesişme noktasıdır. Bu nokta yüksekliğin $1/3$ ' ünden geçer. ABC üçgeninin kenarortayları tek bir G noktasında kesişirler ve bu noktaya üçgenin ağırlık merkezi denir. Ağırlık merkezi daima üçgenin iç bölgesindedir ve G nin köşeye olan uzaklığı kenara olan uzaklığının iki katıdır.



Şekil 1.5: Üçgenin ağırlık merkezi

Üçgenlerin ağırlık merkezleri hesaplanırken yine koordinat sistemi ve hesap tablosundan yararlanır. Koordinat sistemine yerleştirilen şekilden elde edilen veriler tabloya işlenir.

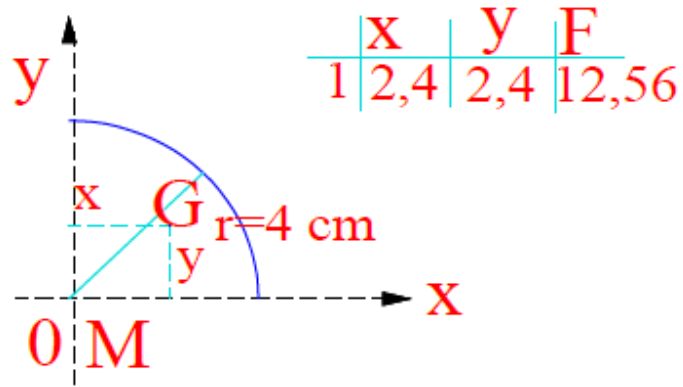


Şekil 1.6: Üçgenin ağırlık merkezinin hesaplanması

1.2.4. Çeyrek Dairenin Ağırlık Merkezi

Çeyrek daire bir bütün dairenin dörtte birine eşittir.

Çeyrek dairenin ağırlık merkezi kendi ağırlık merkezinden $\frac{4r\sqrt{2}}{3\pi}$ kadar uzaktadır.



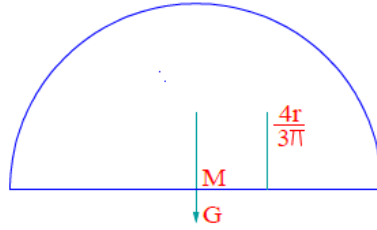
$$G = (2,4 \times 2, 4)$$

$$xy = \frac{4 \times 4 \times 1,41}{3 \times 3,14} = 2,40 \text{ cm}$$

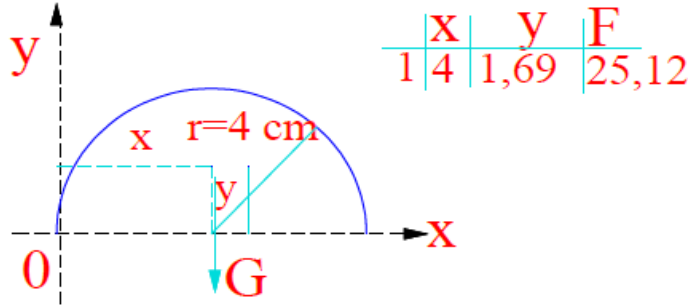
Şekil 1.7: Çeyrek dairenin ağırlık merkezinin hesaplanması

1.2.5. Yarım Dairenin Ağırlık Merkezi

Yarım daire bir bütün dairenin yarısına eşittir. Yarım dairenin ağırlık merkezi geometrik merkezinden $\frac{4r}{3\pi}$ kadar uzaktadır.



Şekil 1.8: Yarım dairenin ağırlık merkezi



$$y = \frac{4x^4}{3x^3,14} = 1,69$$

$$F = \frac{\pi r^2}{2}$$

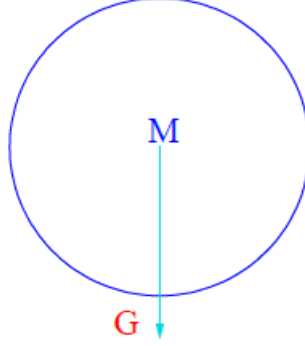
Şekil 1.9: Yarım dairenin ağırlık merkezinin hesaplanması

1.2.6. Dairenin Ağırlık Merkezi

Daire, çemberin içinde kalan alana verilen isimdir. Burada alandan kasıt, bir çemberin çevrelediği noktaların kümesi olmasıdır. Bir dairenin açık daire ya da kapalı daire olmasını dairenin sınırlarını oluşturan çemberin daireye dahil olup olmadığı belirler; çember daireye dahilsse kapalı daire, değilse açık dairedir.

Daireler genelde D harfiyle gösterilir. Bir çemberi tanımlayan merkezi ve yarıçapı olduğu için, dairenin gösteriminde daireyi tanımlayan çemberin merkezi ve yarıçapı kullanılır. Bu nedenle, dairenin merkezi ve dairenin yarıçapı terimleri doğal olarak kullanılmaktadır.

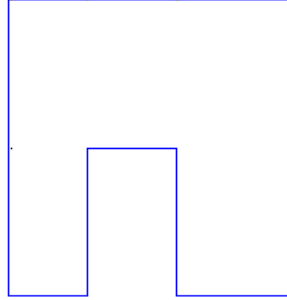
Dairenin ağırlık merkezi kendi merkezidir.



Şekil 1.10: Dairenin ağırlık merkezi

1.3. Birleşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi

Çevremizde basit yüzeyler olduğu kadar birleşik yüzeylerden de çokça vardır. Bu birleşik yüzeylerin ağırlık merkezleri de bütünü meydana getiren basit yüzeylerin ortak ağırlık merkezini oluşturur.



Şekil 1.11: Birleşik yüzey

1.4. Birleşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezlerinin Hesaplanması

Birleşik yüzeylerin ağırlık merkezleri hesaplanırken uygulanacak işlem sırası şu şekildedir;

- Verilen birleşik, yüzey koordinat düzlemine oturtulur.
- Birleşik yüzey, bilinen basit yüzeylere ayrılır.
- Her basit yüzeyin ağırlık merkezi bulunur.
- Her basit yüzeyin ağırlık merkezinden koordinat eksenine dikler inilir.
- Her basit yüzeyin alanı tespit edilir.
- x ve y mesafeleri hesaplanır.
- G_x ve G_y bulunur.

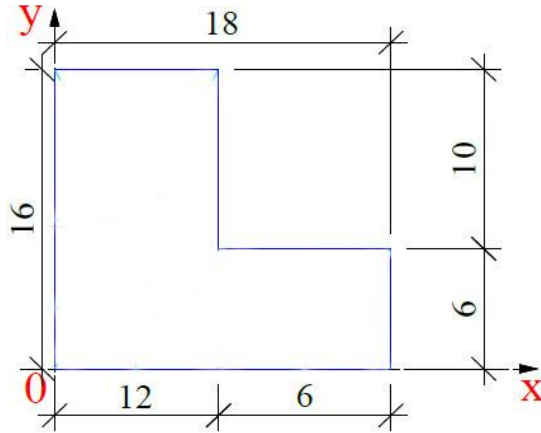
Burada G_x ve G_y ise ağırlık merkezinin koordinat sistemine göre x ve y uzaklıklarıdır. F ise her bir geometrik şeklin alanını ifade etmektedir. Genel olarak kullanılan ağırlık merkezi formüllerinden bulunur.

Bu formüller;

$$G_x = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

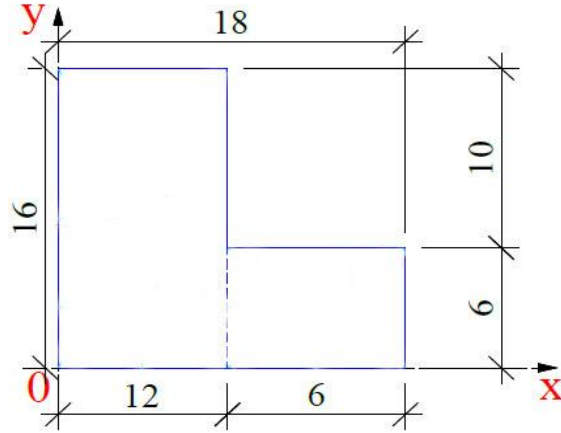
$$G_y = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + \dots + F_n y_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

Aşağıda ölçüleri verilen birleşik yüzeyin ağırlık merkezini bulalım.



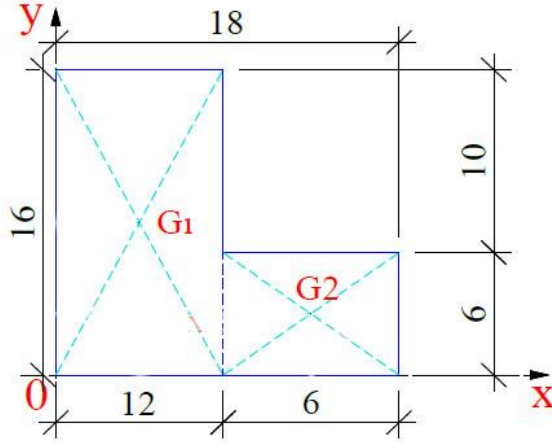
Şekil 1.12: Ağırlık merkezi hesaplanacak yüzey

Hesaplamaya başlamadan önce birleşik yüzeyi basit şekillere ayıralım.



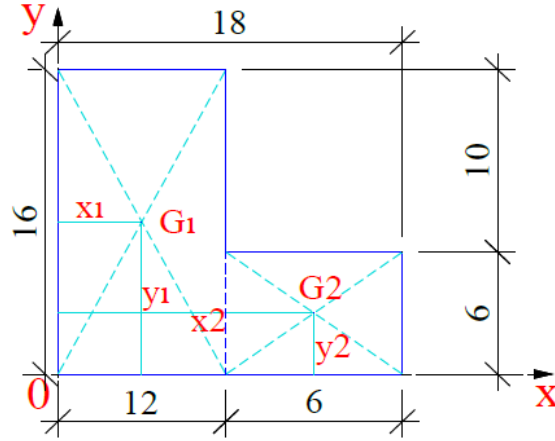
Şekil 1.13: Basit şekillere ayrılmış birleşik yüzey

Basit şekillere ayırdığımızda ortaya çıkan iki paralel kenarın açı ortaylarını kesik çizgiler ile birleştirelim. Kesik çizgilerin kesişim yerleri o paralel kenarın ağırlık merkezidir. Bu kesişim noktalarına G_1 ve G_2 diyelim.



Şekil 1.14: Paralel kenarların ağırlık merkezleri

Ağırlık merkezleri belirlenen paralel kenarların koordinat sistemine göre x ve y uzaklıklarını, koordinat sistemine çizgilerle taşıyalım. Birinci ve ikinci yüzey için ağırlık merkezlerinin y eksenine uzaklığına X_1 , ikinci yüzeyin y eksenine uzaklığına da X_2 diyelim. Yine ağırlık merkezinin x eksenine olan mesafelerine de y_1 ve y_2 diyelim.



Şekil 1.15: Ağırlık merkezlerinin koordinat sistemine taşınması

Bundan sonraki işlem ise x_1 , x_2 , y_1 ve y_2 değerleri ile basit yüzeylerin alanlarını (F) tablomuza işlemektir.

- $X_1 = 6$
- $X_2 = 15$
- $Y_1 = 8$
- $Y_2 = 3$
- $F_1 = 16 \times 12 = 192 \text{ cm}^2$
- $F_2 = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$

	x	y	F
1	6	8	192
2	15	3	36

Tablo 1.2: x, y, ve F değerlerinin tabloya yazılmış hali

Tablodaki değerlerimizi genel ağırlık merkezi formüllerinde yerlerine koyarak birleşik yüzeyin ağırlık merkezinin x ve y değerlerini buluruz.

$$G_x = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

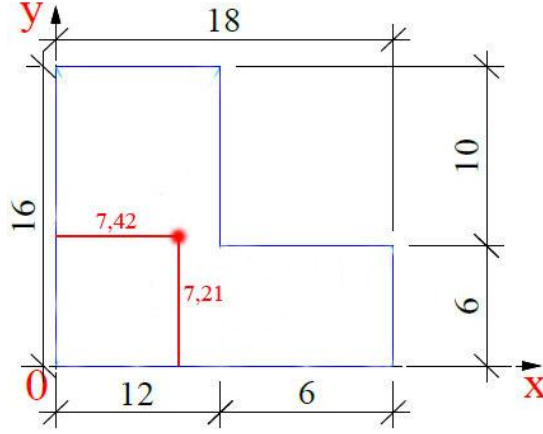
$$G_y = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + \dots + F_n y_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

Şimdi bulduğumuz değerleri G_x ve G_y formüllerinde yerlerine koyalım

$$G_x = \frac{192 \times 6 + 36 \times 15}{192 + 36} = 7,42 \text{ cm}$$

$$G_y = \frac{192 \times 8 + 36 \times 3}{192 + 36} = 7,21 \text{ cm}$$

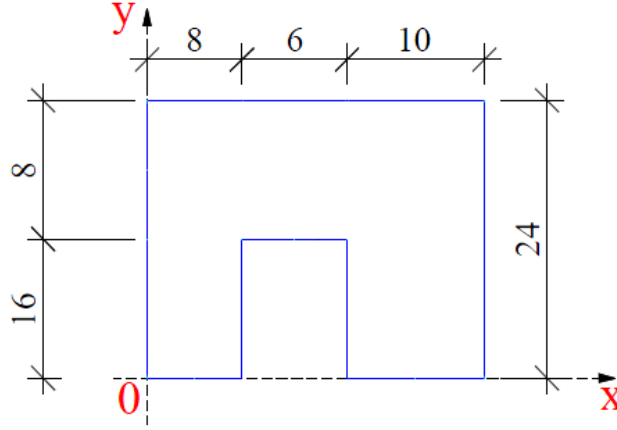
Bulunan bu değerler, birleşik yüzeyin x ve y koordinatlarına göre ağırlık merkezidir. Bu hesaplamalar sonucunda birleşik yüzeyin ağırlık merkezi aşağıdaki gibidir.



Şekil 1.16: Birleşik yüzeyin ağırlık merkezi

UYGULAMA FAALİYETİ

Aşağıda ölçüleri verilmiş birleşik yüzeyin ağırlık merkezini hesap yoluyla bulunuz.



İşlem Basamakları	Öneriler
<ul style="list-style-type: none">➤ Şekilleri, basit geometrik şekillere ayırınız.➤ Ayırmış olduğunuz her şeklin ağırlık merkezini bulunuz ve tablonuzu oluşturunuz.➤ Ayırmış olduğunuz her şeklin alanlarını hesaplayınız.➤ Formüldeki simgelerin yerine yazılacak değerleri, çizim üzerinden ve tablodan alınız.➤ $G_x = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + \dots + F_nx_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$ ve➤ $G_y = \frac{F_1y_1 + F_2y_2 + \dots + F_ny_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$ formüllerini kullanarak ağırlık merkezini bulunuz.	<ul style="list-style-type: none">➤ Hesaplaması kolay olan şekilleri elde etmeye çalışınız.➤ (Kare, dikdörtgen, üçgen)➤ Ağırlık merkezini bulurken eksenlerden almanız gereken değerleri karıştırmayınız. X-X yönündeki değeri alırken yataydaki ölçüleri, Y-Y yönündeki değeri alırken dikeydeki ölçüleri kullanınız.➤ Değerleri yerine yazarken doğru yere yazdığınızdan emin olunuz. X değerlerini G_x e, Y değerlerini G_y formülünde kullanınız.➤ Hesaplamaları yaparken matematiksel hata yapmadığınızdan emin olunuz.

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. Şekilleri, basit geometrik şekillere ayırdınız mı?		
2. Ayırmış olduğunuz her şeklin ağırlık merkezini bulup tablonuzu oluşturduğunuz mu?		
3. Ayırmış olduğunuz her şeklin alanlarını hesapladınız mı?		
4. Formüldeki simgelerin yerine yazılacak değerleri, çizim üzerinden ve tablodan aldınız mı?		
5. Ağırlık merkezi formüllerini doğru yazdınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınızı “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme”ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerin başında boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

1. () Dünyayı ve diğer gezegenleri güneşin çevresindeki hareket ettikleri yolda tutan, bunu sağlayan kuvvet “yer çekimi kuvveti” dir.
2. () Bir cismin ağırlığı ekvatorunda ve kutuplarda aynıdır.
3. () Bir cisim meydana getiren küçük parçalara etki eden yer çekimi kuvvetlerinin bileşkesinin, cisim üzerindeki uygulama noktasına o cismin ağırlık merkezi denir.
4. () Ağırlık merkezi formülündeki F cismin alanını ifade eder.
5. () Kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarlarda ağırlık merkezi kenarlarının kesiştiği noktalardır.
6. () Ağırlık merkezi formülünde, yüzeylerin koordinat sistemine göre x ve y değerleri ile alanları kullanılır.
7. () Ağırlık merkezi P ile gösterilir.
8. () Üçgenin ağırlık merkezi kenarortaylarının kesişme noktasıdır.

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-2

AMAÇ

Bu faaliyette verilecek bilgiler doğrultusunda, gerekli ortam sağlandığında, cisimlerin ve yapı elemanlarının ağırlık merkezlerini hesaplayabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

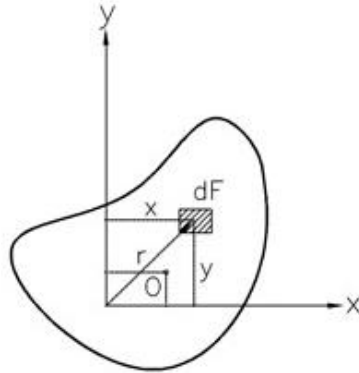
- Cisimlerin ağırlık merkezleri hakkında *İnternet* 'ten bilgi toplayınız.
- Yapı elemanlarının geometrik şekilleri hakkında görüşlerinizi arkadaşlarınızla tartışınız.
- Prizmaların hacim hesaplamaları hakkında fizik öğretmenlerinizden bilgi alınınız.

2. CİSİMLERİN VE YAPI ELEMANLARININ AĞIRLIK MERKEZLERİ

2.1. Cisimlerin Ağırlık Merkezleri

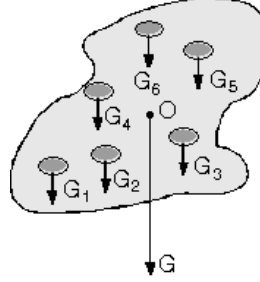
Uzayda hacmi olan her varlığın bir ağırlık merkezi vardır. Bu ağırlık merkezi; cismin evrende dengede olmasını sağlar. Zira denge önemlidir; dünya üzerinde yaşamak zorunda olan insanoğlu için en önemli kavramlardan biri dengedir.

Cismin ağırlık merkezi hiçbir zaman yok olmaz, sadece cismin şeklini değiştirdiğiniz zaman, yeri değişir. Eğer cisim üzerinde bir değişiklik varsa da, cisim yeni ağırlık merkezine göre kendine evrende yeni bir denge konumu edinir.



Şekil 2.1: Ağırlık merkezi

Kütle ve ağırlık merkezi katı bir cismin çok küçük madde parçacıklarından meydana geldiği düşünülürse bu parçacıkları etkileyen yer çekimi kuvveti, yani parçacıkların ağırlık kuvvetleri paralel ve aynı yönlüdür. Bu kuvvetlerin bileşkesi cismin ağırlık kuvvetini, bileşke kuvvetin uygulama noktası ise, cismin ağırlık merkezini verir.



Şekil 2.2: Paralel kuvvetler

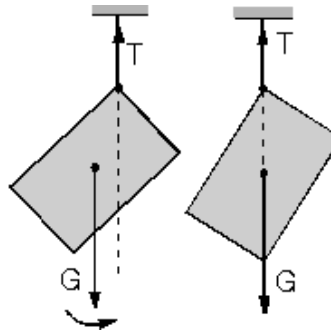
Türdeş madde: Aynı cins maddeden meydana gelen maddeye “türdeş madde” denir. Örneğin; türdeş çubuk denildiğinde, çubuğun her tarafı aynı maddededir. Yarı tahta, yarı demir olan bir çubuğa türdeş çubuk denemez.

Homojen madde: Her yerinde aynı özelliği gösteren maddeye homojen madde denir.

Şekildeki gibi ipe asılan bir cismin ağırlık kuvveti ile ipin uzantısı çakışmıyorsa cisim bırakıldığı gibi dengede kalmaz. Ağırlık kuvvetinin etkisi ile cisim döner ve birkaç salınım yaptıktan sonra dengeye gelir.

Dengeye geldiğinde, ipin uzantısı ile ağırlık kuvvetinin uzantıları çakışır. Başka bir ifade ile ipin uzantısı cismin ağırlık merkezinden geçer.

Bir cismin devrilmeden dengede kalabilmesi için, ağırlık kuvvetinin taban alanının sınırladığı bölgeden geçmesi gerekir. Eğer ağırlık kuvveti bu bölgenin dışına çıkarsa denge bozulur. Bir cisim ağırlık merkezinden asılırsa dengede kalır.



Şekil 2.3: Ağırlık merkezinden asılmış cisim

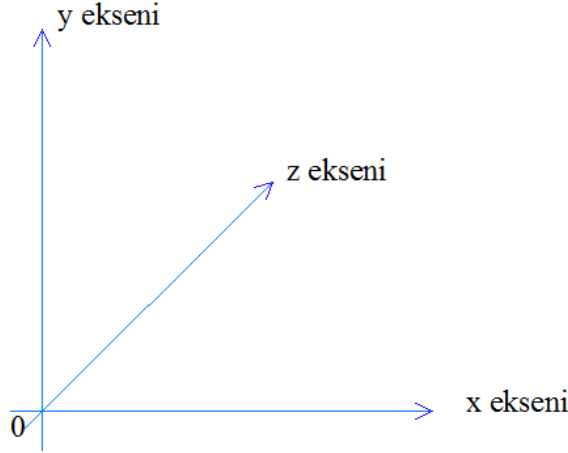
2.2 Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezlerinin Hesaplanması

Yapıyı meydana getiren elemanlar amaçlarına göre gruplandırılmaktadır. Bu yapı elemanları taşıyıcı ve tamamlayıcı olarak ikiye ayrılmaktadır. Yapıda dış ve iç etkilerden oluşan kuvvetleri (moment, kesme kuvveti vb.) temellere, dolayısı ile zemine aktarırlar. Boyutlandırılmaları gelen kuvvetlere göre yapılan hesaplamaların dışında; yönetmeliklerde malzeme cinsine göre belirtilen minimum boyutlardan küçük olamaz. Taşıyıcı elemanlara kolonlar, kirişler, döşemeler ve perde duvarlar örnek verilebilir.

Taşıyıcı elemanlar yapılarda, belli hesaplamalar sonucunda oluşturulup boyutlandırılır. Bu boyutlandırma işlemlerinde moment, mukavemet, burulma, kesme ve ağırlık merkezlerine göre hesaplar yapılmaktadır.

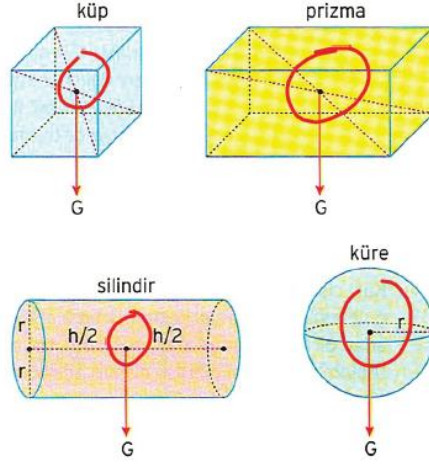
Yapılardaki taşıyıcı sistemler genellikle dikdörtgenler prizması ya da silindir şeklindeki elemanlardır. Örnek olarak bir döşemenin eni, boyu ve yüksekliği vardır. Dolayısıyla döşemeler bir dikdörtgenler prizmasıdır. Bunun yanında kolon ve kirişlerde birer dikdörtgenler prizmasıdır. Bazı durumlarda ise kolonların silindirik şekilde yapıldığı görülür.

Belirtilen yapı elemanlarının ağırlık merkezleri ise yine birinci faaliyette öğrendiğimiz gibidir. Tek fark ise koordinat sisteminde bir de Z ekseninin olmasıdır. Bunun nedeni prizmaların üç boyutlu ve hacimsel olmalarıdır.



Şekil 2.4: x, y, z koordinat sistemi

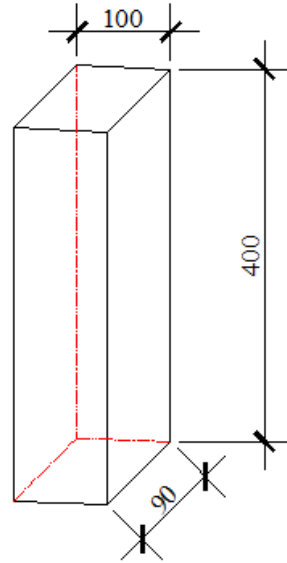
Türdeş (aynı malzemedeki) silindir, dikdörtgen prizma ve küpün ağırlık merkezi, üst ve alt taban merkezlerini birleştiren doğrunun tam orta noktasındadır.



Şekil 2.5: Üç boyutlu düzgün cisimlerin ağırlık merkezleri

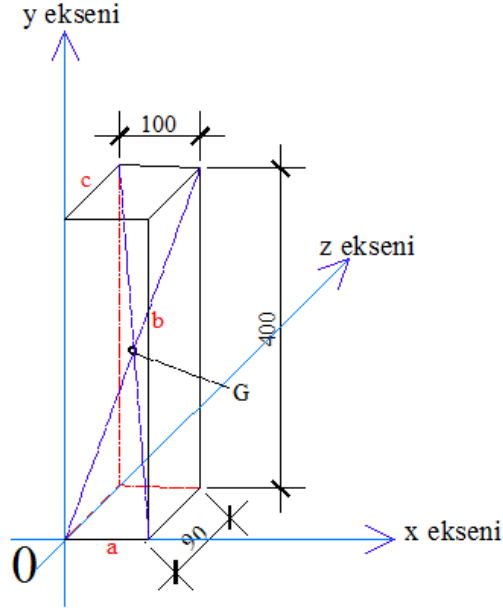
Genelde taşıyıcı yapı elemanları, yük dağılımının daha kararlı olması için düzgün şekillerde ve genellikle ağırlık merkezleri orta noktada olan geometrik şekillerden tasarlanır.

Şimdi ölçüleri verilen bir kolonu (dikdörtgenler prizması) x, y, z, koordinat sistemine yerleştirerek kolonun ağırlık merkezini bulalım.



Şekil 2.6: Kolon

Yukarıdaki şekilde verilen kolon düzgün bir norma sahiptir. Ağırlık merkezinin, üst ve alt taban merkezlerini birleştiren doğrunun tam orta noktasında olduğunu kabul ederek bu kolonu x, y, z koordinat sistemine yerleştiriyoruz.



Şekil 2.7: Koordinat sistemine yerleştirilmiş kolon

Koordinat sistemine yerleştirilen kolonun üst ve alt taban köşegenleri bir çizgi ile birleştirilir. Bu çizgilerin kesişim noktaları kolonun ağırlık merkezidir ve G harfi ile gösterilir.

x, y, ve z koordinatlarına göre bu kolonun koordinat sistemine göre ağırlık merkezi;

$$G_x = \frac{a}{2}, G_y = \frac{b}{2} \text{ ve } G_z = \frac{c}{2} \text{ olacaktır.}$$

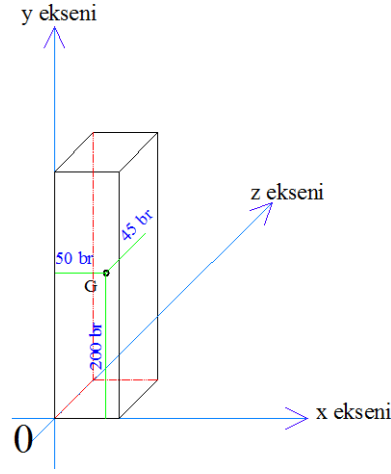
Değerleri formülde yerine koyarsak;

$$G_x = \frac{100}{2} = 50 \text{ birim}$$

$$G_y = \frac{400}{2} = 200 \text{ birim}$$

$$G_z = \frac{90}{2} = 45 \text{ birim şeklinde olacaktır.}$$

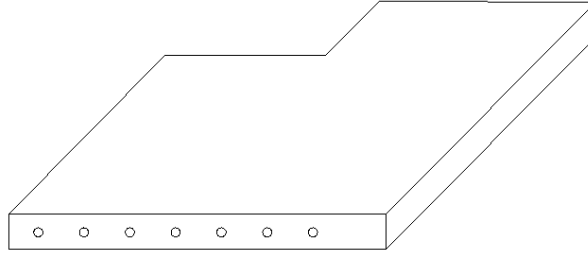
Bu hesaplamalardan sonra kolonun koordinat sistemindeki son hali şu şekilde olacaktır.



Şekil 2.8: Kolon ağırlık merkezinin son hali

2.3. Birleşik Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezlerinin Hesaplanması

Yapı elemanları her zaman düzgün şekillerde olmayabilir. Bazen düzgün geometrik olmayan değişik normlarda bazen de birleşik geometrik şekillerde olabilir. Örneğin çoğumuzun evinde L şeklinde yaşam mahalleri vardır. Bu mahallerin betonarme döşeme tablaları da L şeklinde olacaktır. L şeklindeki bir betonarme döşemenin ağırlık merkezi yukarıda belirttiğimiz kolon veya kiriş formülleri ile bulunamaz.



Şekil 2.9: Betonarme L döşeme örneği

Kullanacağımız formüller Öğrenme Faaliyeti – 1 de 1.4. başlığında verilen birleşik yüzeylerin ağırlık merkezlerinin hesaplanması konusunda verilen formüllerden farklı olarak z eksenine ait bir formül grubundadır. İki boyutlu birleşik geometrik cisimlerin ağırlık merkezleri bulunurken koordinat sisteminin x ve y eksenlerinden faydalanılması gerekir. Bunun nedeni, hesabı yapılan cismin sadece en ve boy ölçülerinin olmasıdır. Şimdiki konumuz ise hesabını yapacağımız birleşik geometrik şekillerde en ve boy ölçülerinin yanında bir de kalınlık veya yükseklik ölçüsüdür. Bu ölçüm değerleri ise üç boyut eksenine de denilen z eksenine yazılır. Kullanacağımız formüller ise şu şekildedir;

$$G_x = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + \dots + F_nx_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

$$G_y = \frac{F_1y_1 + F_2y_2 + \dots + F_ny_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

$$G_z = \frac{F_1z_1 + F_2z_2 + \dots + F_nz_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

Görüldüğü gibi z eksenini için de bir formül eklenmiştir. Ancak formülde kullanılan cisimlerin alanı (F) prizmalarda yani eni, boyu ve yüksekliği olan cisimlerde farklı hesaplanmaktadır. Genel formülde değerlerin yerlerine yerleştirilmeden önce birleşik cisimlerin basit geometrik prizmalara ayrılarak ayrı ayrı hacimlerinin hesaplanması gerekmektedir. Bunun için kullanacağımız formül de şu şekildedir;

$$F = V = axbxc$$

Genel formüle değerler yerleştirmeden önce yapılması gereken bir aşama daha vardır. Bu aşama da yine basit birleşik şekillerin ağırlık merkezini hesaplarken kullandığımız değer tablosudur.

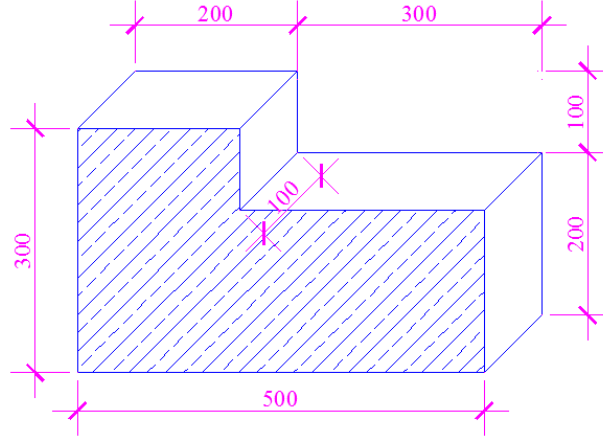
	x	y	z	F
1				
2				
3				

Tablo 2.1: Değer tablosu

Şimdi bir örnek ile konuyu anlamaya çalışalım.

Örnek:

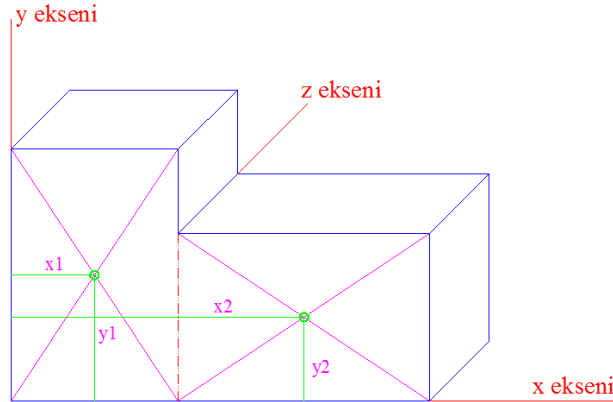
Aşağıda ölçüleri verilen L şeklindeki bir betonarme blokun ağırlık merkezini koordinat sistemi ve hesap yolu ile bulunuz?



Şekil 2:10 Betonarme blok

Ağırlık merkezi hesabını adım adım çözelim;

- Betonarme bloku x, y, z koordinat sistemine yerleştirip basit şekillere ayırınız.
- Basit şekillere ayrılan bloğun ağırlık merkezlerini çizgisel olarak gösterip işaretleyiniz.



Şekil 2:11: Ağırlık merkezlerinin gösterilmesi

- Basit şekillere ayrılmış ve ağırlık merkezleri çizgisel olarak belirlenmiş betonarme bloğun x, y ve z eksenine göre değerlerini ve ayrıca hacimlerini hesaplayıp değer tablosuna yazınız. Yazılacak değerler metre cinsinden olacağından değerleri metreye çevirmeyi unutmayınız.

Değer tablosuna yazılacak değerler;

x,y ve z değerleri

$$x_1 = \frac{2}{2} = 1m$$

$$x_2 = 2 + \frac{3}{2} = 3,50m$$

$$y_1 = \frac{3}{2} = 1,50m$$

$$y_2 = \frac{2}{2} = 1m$$

$$z_1 = z_2 = \frac{1}{2} = 0,50m$$

Geometrik parçaların hacimleri

1.Parça:

$$V = F = axbxc$$

$$V = F = 2x3x1 = 6m^3$$

2.Parça:

$$V = F = axbxc$$

$$V = F = 3x2x1 = 6m^3$$

	x	y	z	F
1	1	1,5	0,5	6
2	3.5	1	0,5	6

Tablo 2.2: Değerlerin değer tablosunda gösterilmesi

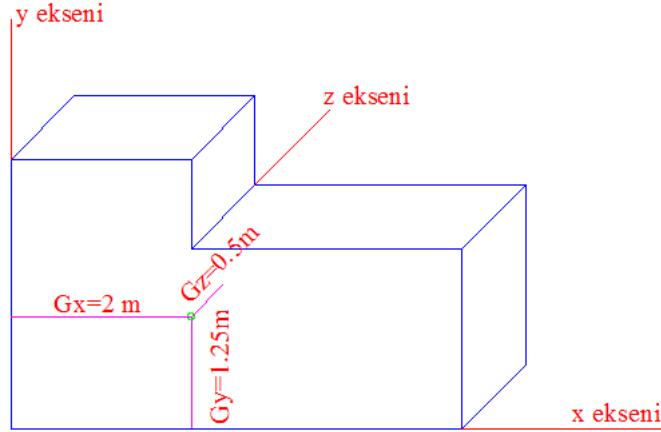
Genel formülde değerlerin yerine konması

$$G_x = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + \dots\dots F_nx_n}{F_1 + F_2 + \dots\dots F_n} = \frac{(6 \times 1) + (6 \times 3,5)}{6 + 6} = 2m$$

$$G_y = \frac{F_1y_1 + F_2y_2 + \dots\dots F_ny_n}{F_1 + F_2 + \dots\dots F_n} = \frac{(6 \times 1,5) + (6 \times 1)}{6 + 6} = 1,25m$$

$$G_z = \frac{F_1z_1 + F_2z_2 + \dots\dots F_nz_n}{F_1 + F_2 + \dots\dots F_n} = \frac{(6 \times 0,5) + (6 \times 0,5)}{6 + 6} = 0,5m$$

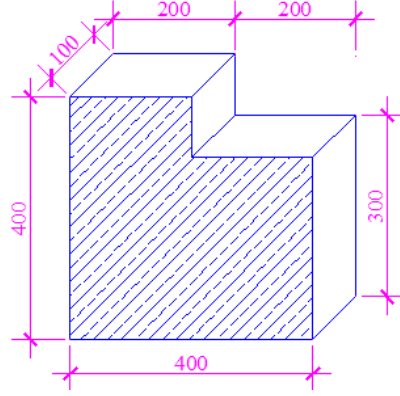
Hesaplanan değerlere göre betonarme bloğun ağırlık merkezi şu şekilde olur.



Şekil 2.12: Betonarme bloğun ağırlık merkezi

UYGULAMA FAALİYETİ

Aşağıda verilen iki kenarı eşit olan bir beton blokun ağırlık merkezini bulunuz.



Şekil 2.13: İki kenarı eşit beton blok

İşlem Basamakları	Öneriler
<ul style="list-style-type: none">➤ Şekilleri, basit geometrik şekillere ayırınız.➤ Ayırmış olduğunuz her şeklin ağırlık merkezini bulunuz ve tablonuzu oluşturunuz.➤ Ayırmış olduğunuz her şeklin hacimlerini hesaplayınız.➤ Formüldeki simgelerin yerine yazılacak değerleri, çizim üzerinden ve tablodan alınız.➤ $G_x = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + \dots + F_nx_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$ ve➤ $G_y = \frac{F_1y_1 + F_2y_2 + \dots + F_ny_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$➤ $G_z = \frac{F_1z_1 + F_2z_2 + \dots + F_nz_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$ <p style="text-align: center;">formüllerini kullanarak ağırlık merkezini bulunuz.</p>	<ul style="list-style-type: none">➤ Hesaplaması kolay olan şekilleri elde etmeye çalışınız.➤ (Kare, dikdörtgen, üçgen)➤ Ağırlık merkezini bulurken eksenlerden almanız gereken değerleri karıştırmayınız. X-X yönündeki değeri alırken yataydaki ölçüleri, Y-Y yönündeki değeri alırken dikeydeki ölçüleri ve Z-Z yönündeki değerleri alırken de Z eksenindeki ölçüleri kullanınız.➤ Değerleri yerine yazarken doğru yere yazdığınızdan emin olunuz. X değerlerini G_x e, Y değerlerini G_y ve Z değerlerini G_z formülünde kullanınız.➤ Hesaplamaları yaparken matematiksel hata yapmadığınızdan emin olunuz.

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. Şekilleri, basit geometrik şekillere ayırdınız mı?		
2. Ayırmış olduğunuz her şeklin ağırlık merkezini bulup tablonuzu oluşturduğunuz mu?		
3. Ayırmış olduğunuz her şeklin hacimlerini hesapladınız mı?		
4. Formüldeki simgelerin yerine yazılacak değerleri, çizim üzerinden ve tablodan aldınız mı?		
5. Ağırlık merkezi formüllerini doğru yazdınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme”ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerin başında boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

1. () Uzayda hacmi olan her varlığın bir ağırlık merkezi vardır. Bu ağırlık merkezi; cismin evrende dengede olmasını sağlar.
2. () Cismin şekli değişse de ağırlık merkezinin yeri değişmez.
3. () Aynı cins maddeden meydana gelen maddeye türdeş madde denir.
4. () Her yerinde aynı özelliği gösteren maddeye komposit madde denir.
5. () Bir cismin devrilmeden dengede kalabilmesi için, ağırlık kuvvetinin taban alanının sınırladığı bölgenin dışında olması gerekir.
6. () Yapı elemanlarının boyutları yönetmeliklere göre hesaplanarak bulunur.
7. () Yapı elemanları boyutlandırılırken moment, mukavemet, burulma ve ağırlık merkezlerine göre hesaplanıp boyutlandırılır.
8. () Genelde taşıyıcı yapı elemanları, yük dağılımının daha kararlı olması için düzgün şekillerde ve genellikle ağırlık merkezleri orta noktada olan geometrik şekillerden tasarlanır.
9. () Prizmaların ağırlık merkezleri hesaplanırken sadece x ve y koordinatlarından yararlanır.
10. () Prizmaların ağırlık merkezleri hesaplanırken hacimlerinden yararlanır.

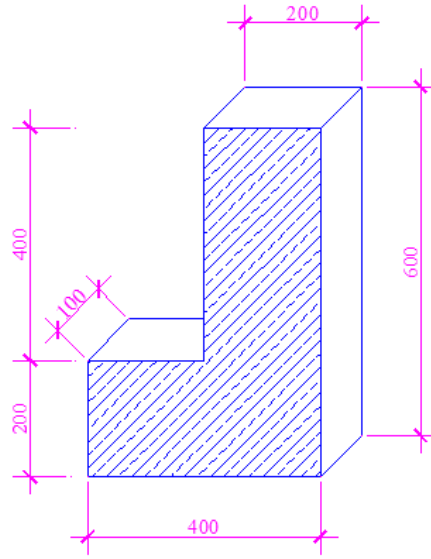
DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru “Modül Değerlendirme”ye geçiniz.

MODÜL DEĞERLENDİRME

Aşağıda ölçüleri verilen betonarme blokun;

- Basit geometrik şekillere ayırarak, ayırdığınız her cismin hacimlerini bulunuz.
- x,y ve z koordinatlarına göre x,y ve z değerlerini bulunuz.
- Bulduğunuz değerler doğrultusunda değer tablosunu oluşturunuz.
- Değer tablosundan ve genel formüllerden yararlanarak ağırlık merkezini bulunuz.



KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri **Evet**, kazanamadığınız becerileri **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri		Evet	Hayır																				
1.	Verilen betonarme blok şeklini x,y ve z koordinat sistemine yerleştirdiniz mi?																						
2.	Verilen betonarme blok şeklini basit geometrik şekillere ayırdınız mı?																						
3.	Geometrik şekillere ayırdığınız betonarme bloğunun ayrı ayrı ölçülerini çıkarttınız mı?																						
4.	Ölçüleri metreye çevirdiniz mi?																						
5.	Değerleri $F = V = axbxc$ formülünde yerlerine koyarak ayrı ayrı geometrik şekillerin hacimlerini hesapladınız mı?																						
6.	Koordinat sistemine göre ayırdığınız geometrik şekillerin x,y ve z değerlerini buldunuz mu?																						
7.	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td></td><td>x</td><td>y</td><td>z</td><td>F</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; vertical-align: middle; margin-left: 20px;">Yandaki gibi değer tablosunu oluşturduunuz mu?</div>		x	y	z	F	1					2					3						
	x	y	z	F																			
1																							
2																							
3																							
8.	Bulduğunuz değerleri, değer tablosuna yerleştirdiniz mi?																						
9.	$G_x = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + \dots + F_nx_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$ formülünden Gx değerini buldunuz mu?																						
10.	$G_y = \frac{F_1y_1 + F_2y_2 + \dots + F_ny_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$ formülünden Gy değerini buldunuz mu?																						
11.	$G_z = \frac{F_1z_1 + F_2z_2 + \dots + F_nz_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$ formülünden Gz değerini buldunuz mu?																						

12. Bulduğunuz G_x , G_y ve G_z değerlerini koordinat sisteminden yararlanarak bütun Şekil üzerinde gösterdiniz mi?

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” Şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütun cevaplarınız “Evet” ise bir sonraki modüle geçmek için öğretmeninize başvurunuz.

CEVAP ANAHTARLARI

ÖĞRENME FAALİYETİ-1'İN CEVAP ANAHTARI

1	Doğru
2	Yanlış
3	Doğru
4	Doğru
5	Yanlış
6	Doğru
7	Yanlış
8	Doğru

ÖĞRENME FAALİYETİ-2 'NİN CEVAP ANAHTARI

1	Doğru
2	Yanlış
3	Doğru
4	Yanlış
5	Yanlış
6	Doğru
7	Doğru
8	Doğru
9	Yanlış
10	Doğru

KAYNAKÇA

- ARSLAN Nurullah, **Cisimlerin Mukavemeti**, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, 2006.
- ŞANLI Meral, **Genel Fizik**, Ekin Yayınları, Bursa, 2000.
- YİMENİCİOĞLU Fahri, **Kuvvet ve Denge**, Uğur Yayınları, Adıyaman, 2008.